Время выполнения 150 минут. Максимум 48 баллов.

Задача 9.1. Засекреченные данные! (8 баллов) Прочтите выдержку из отчета с засекреченными данными и найдите ответы на вопросы.

ОТЧЁТ о экспериментальных полётах

Для исследования новых типов топлива для сверхдальних полётов были запущены два самолета.
Самолёт А стартовал с аэродрома в Эквадоре с координатами 0° северной широты, 78° западной долготы и двигался строго на восток. Пролетев 100000 км самолёт А приземлился на аэродроме в [redacted] с координатами [redacted] градусов [redacted] широты, [redacted] градусов [redacted] долготы.
Самолёт Б стартовал с аэродрома в [redacted] с координатами 55° северной широты, [redacted] градусов [redacted] долготы и двигался также строго на восток. Пролетев 120000 км самолёт Б приземлился на аэродроме в [redacted] с координатами [redacted] градусов [redacted] широты, [redacted] градусов [redacted] долготы.

При посадке пилоты одновременно наблюдали верхнюю кульминацию Веги.

Вопросы:

1. На каком расстоянии друг от друга находились самолёты А и Б при посадке?
2. Выясните все засекреченные координаты пунктов взлета и посадки.

Примечание: считать Землю шаром с радиусом $R = 6370$ км, сжатием с полюсов пренебречь.

Решение. Пилоты при посадке одновременно наблюдали одну и ту же кульминацию одной звезды — Веги. Из этого следует, что оба самолета приземлились на одном и том же меридиане. Оба самолета летели строго на восток, по своим параллелям: самолет А по экватору, самолет Б по параллели 55 градусов северной широты. Следовательно расстояние между самолетами будет равно длине дуги в 55 градусов от меридиана.

Вычислим эту длину L по следующей формуле $L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$, где R — радиус Земли, α — угловая длина дуги.

Таким образом получим ответ на первый вопрос:

$$L = \frac{\pi \cdot 6370 \cdot 55^\circ}{180^\circ} \approx 6115 \text{ км}$$

— расстояние между самолетами при посадке.

Далее будем вычислять координаты пунктов взлета и посадки. Начнем с самолета А. Поскольку он летел строго по экватору, вычислим длину экватора $l = 2\pi \cdot 6370 \approx 40024$ км. Поскольку известно, что самолет А пролетел 100000 км, это значит что самолет облетел землю почти два с половиной раза. Вычислим сколько градусов дуги составил путь самолета.

$$\alpha = \frac{180^\circ \cdot L}{\pi \cdot R} = 899^\circ, \text{ где } L - \text{ общая длина пути самолета.}$$

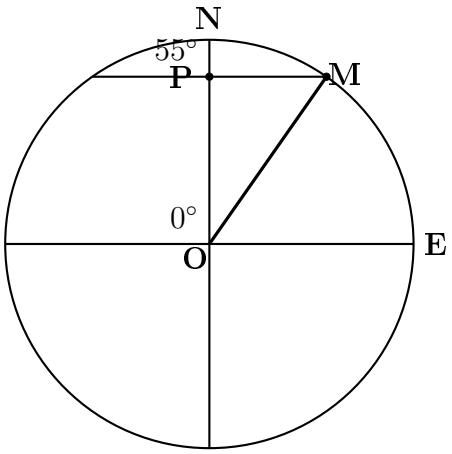
Вычтем из полученного значения полные обороты. $899^\circ - 2 \cdot 360^\circ = 179^\circ$ величина итогового смещения по экватору. Учитывая, что долгота точки взлета 78° западной долготы, а самолет двигался на восток, то итоговую долготу точки посадки можно получить следующим образом: $\lambda = 179^\circ - 78^\circ = 101^\circ$ восточной долготы.

Таким образом мы получили координаты точки посадки для самолета А:

$$\phi_{A,\text{посадка}} = 0^\circ \text{ с.ш.}, \quad \lambda_{A,\text{посадка}} = 101^\circ \text{ в.д.}$$

Поскольку оба самолета приземлились на одном меридиане, можно сразу указать координаты посадки самолета Б: $\phi_{\text{Б,посадка}} = 55^\circ$ с.ш., $\lambda_{\text{Б,посадка}} = 101^\circ$ в.д.

Тогда осталось выяснить координаты взлета самолета Б. Известно, что самолет летел строго по параллели $\phi_{\text{Б}} = 55^\circ$ с.ш. Самолет Б также совершил несколько полных оборотов за время своего пути. Чтобы найти итоговое смещение, надо выяснить радиус малого круга, на котором лежит параллель 55° с.ш.



Нарисуем схему в виде проекции в меридиональной плоскости. Тогда экватор будет диаметром большого круга, а параллель 55-ой широты хордой, параллельной указанному диаметру. Отметим точки O — центр круга, M — точка на пересечении меридиана и параллели, N — северный полюс. Тогда отрезок PM будет равен радиусу малого круга 55-ой параллели. Найдем его. Отрезок OM равен радиусу Земли. Угол EOM равен 55 градусам, тогда угол POM равен 35 градусам. Тогда

$$\text{PM} = \text{OM} \cdot \sin(35^\circ) \approx 6370 \cdot 0{,}57 \approx 3654 \text{ км}$$

Вычислить длину пути в угловых единицах.

$\alpha = \dfrac{180^\circ \cdot L}{\pi \cdot R}$, где L– общая длина пути самолета, R– радиус круга, по которому лежит путь.

$$\alpha \approx \frac{180^\circ \cdot 120000 \text{ км}}{\pi \cdot 3654 \text{ км}} \approx 1882^\circ$$

Опять вычтем целое количество полных оборотов: $1882^\circ - 5 \cdot 360^\circ = 82^\circ$. Таким образом итоговое смещение между точкой взлета и точкой посадки для самолета Б равно 82°. Значит долгота точки взлета: $\lambda_{\text{Б,взлет}} = 101^\circ - 82^\circ = 19^\circ$ в.д., в свою очередь $\phi_{\text{Б,взлет}} = \phi_{\text{Б,посадка}} = 55^\circ$ с.ш. Таким образом мы нашли все координаты.

Критерии оценивания

№	Критерий	Значение	Макс. балл
А1	Вывод о том, что одновременное наблюдение одной и той же звезды в ее верхней кульминации возможно только на одном меридиане		2
А2	Вычислено расстояние между самолетами.	(6050–6200) км	2
Б1	Найдены координаты посадки самолетов А и Б:	$\phi_{\text{А,посадка}} = 0^\circ$ с.ш., $\lambda_{\text{А,посадка}} = (100 - 103)^\circ$ в.д., $\phi_{\text{Б,посадка}} = 55^\circ$ с.ш., $\lambda_{\text{Б,посадка}}$	2
Б2	Найдены координаты взлета самолета Б.	$\phi_{\text{Б,взлет}} = 55^\circ$ с.ш., $\lambda_{\text{Б,взлет}} = (19 - 22)^\circ$ в.д.	2

Задача 9.2. Кульминационное судоку. (8 баллов) Шесть любителей астрономии со всего мира решили пронаблюдать одинаковый набор из шести звезд. Для начала они составили таблицу в которой каждый наблюдатель указал для каждой звезды её характеристику: НЗ — незаходящая, НВ — невозходящая, ЗВ — заходяще-восходящая. Но для этой таблицы не сохранились названия столбцов — звезды, и названия строк — места наблюдения. Восстановите названия строк и столбцов.

Даны звёзды:

Полярная звезда: $2^h31^m, +89°16'$

Капелла: $05^h17^m, +45°59'$

Арктур: $14^h15^m, +19°11'$

Сириус: $6^h45^m, -16°43'$

Каус Аустралис: $18^h24^m, -34°23'$

Альфа Центавра: $14^h39^m, -60°50'$

Места наблюдений:

Баренцбург, Шпицберген: 78,1° с.ш., 14,2° в.д.

Сочи, Россия: 43,5° с.ш., 39,8° в.д.

Кампала, Уганда: 0,3° с.ш., 32,7° в.д.

Сидней, Австралия: 33,9° ю.ш., 150° в.д.

Порт-Стэнли, Фолклендские острова: 51,7° ю.ш., 57,8° з.д.

Станция Восток, Антарктида: 78,5° ю.ш., 106,8° в.д.

	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]
[redacted]	ЗВ	ЗВ	ЗВ	ЗВ	ЗВ	ЗВ
[redacted]	ЗВ	ЗВ	ЗВ	НВ	ЗВ	ЗВ
[redacted]	НВ	НЗ	НЗ	НЗ	НВ	НВ
[redacted]	НЗ	НВ	НВ	НВ	НЗ	НЗ
[redacted]	НВ	ЗВ	ЗВ	НЗ	ЗВ	ЗВ
[redacted]	НЗ	НВ	ЗВ	НВ	ЗВ	НЗ

Решение. Можно легко вывести условия видимости звезд на северной широте:

Незаходящие: $\phi : \delta > 90° - \phi$

Невосходящие: $\phi : \delta < -90° + \phi$

Восходящие и заходящие: $90° - \phi > \delta > -90° + \phi$

Для южной широты:

Незаходящие: $\phi : \delta > 90° + \phi$

Невосходящие: $\phi : \delta > 90° - \phi$

Из этих условий следует, что чем ближе наблюдатель к северному полюсу, тем больше для него становится незаходящих звезд, принадлежащих северному полушарию неба, и тем больше звезд становятся невосходящими, принадлежащие южному полушарию неба. В пределе, на полюсе, все звезды с положительным склонением незаходящие, а все звезды с отрицательным склонением невосходящие. Аналогичные рассуждения можно привести и для наблюдателя в южном полушарии.

В свою очередь при приближении к экватору всё больше звезд будут становится восходяще-заходящими, и в пределе, на экваторе, все звезды будут восходяще-заходящими.

Далее проанализируем таблицу.

Первая локация — единственное место в котором все звезды являются восходяще-заходящими. Можем в условие видимости для восходяще-заходящих звезд подставить широту экватора и заметим, что на экваторе все звезды являются восходяще-заходящими,

поскольку неравенство даёт полный диапазон склонений. Значит место наблюдения для первой строки самое близкое к экватору. Следовательно это Кампала, Уганда.

Во второй локации все звезды кроме одной заходяще-восходящие. Причем больше таких мест в таблице нет. Следовательно это второе по близости к экватору место после Кампалы. Из условия следует, что это место Сидней, Австралия.

Вместе с этим можно отметить, что раз вторая локация это южное полушарие, то невосходящая звезда (четвертый столбец) это звезда северного полушария ближе всего расположенная к полюсу мира — следовательно это Полярная звезда.

Третья и четвертая локация похожи тем, что там только невосходящие и незаходящие звезды, но те, которые невосходящие в одном месте являются незаходящими в другом. А вот восходяще-заходящих звезд нет, в отличии от остальных локаций. Можно сделать вывод, что это два самых удаленных места от экватора в разных полушариях. То есть Шпицберген и Станция Восток. Чтобы отличить одну локацию от другой заметим, что звезда в четвертом столбце (полярная звезда) для третьей локации является незаходящей, следовательно это локация в северном полушарии. Таким образом, третья локация это Баренцбург, Шпицберген. А четвертая локация — Станция Восток, Антарктида.

Остаются пятая и шестая локации. Из условия остаётся Сочи и Порт-Стэнли. Поскольку в пятой локации Полярная звезда незаходящая это определенно Сочи, Россия. Таким образом оставшаяся шестая локация это Порт-Стэнли, Фолклендские острова.

Далее определим в каких столбцах какие звезды. Мы уже выяснили что четвертый столбец — это полярная звезда. Отметим, что во всех трех локациях южного полушария эта звезда невосходящая. Далее можно заметить, что звезда во втором столбце невосходящая в двух локациях южного полушария: Станция Восток и Порт-Стэнли. Следовательно склонение этой звезды будет вторым по величине после полярной звезды. Из условия следует что это Капелла.

Далее отметим, что третья и последняя звезда невосходящая на Станции Восток — это звезда в третьем столбце. В свою очередь в условии есть только три звезды в северном полушарии, и все они будут невосходящими на Станции Восток. Следовательно третий столбец — это Арктур.

Остаются Сириус, Каус Аустралис и Альфа Центавра. Из таблицы видим, что звезда пятого столбца заходяще-восходящая в четырех локациях, звезда шестого столбца только в трёх, а звезда первого столбца заходяще-восходящая только в двух локациях. Можно сделать вывод, что звезда в пятом столбце должна быть ближе к небесному экватору, чем звезда в шестом столбце, и дальше всех от экватора из этих трех Альфа Центавра. Тогда пятый столбец — это Сириус. Шестой столбец Каус Аустралис. А первый столбец — это Альфа Центавра.

Имеем

	Альфа Центавра	Капелла	Арктур	Полярная звезда	Сириус	Каус Аустралис
Кампала, Уганда	ЗВ	ЗВ	ЗВ	ЗВ	ЗВ	ЗВ
Сидней, Австралия	ЗВ	ЗВ	ЗВ	НВ	ЗВ	ЗВ
Баренцбург, Шпицберген	НВ	НЗ	НЗ	НЗ	НВ	НВ
Станция Восток, Антарктида	НЗ	НВ	НВ	НВ	НЗ	НЗ
Сочи, Россия	НВ	ЗВ	ЗВ	НЗ	ЗВ	ЗВ
Порт-Стэнли, Фолклендские острова	НЗ	НВ	ЗВ	НВ	ЗВ	НЗ

Критерии оценивания

№	**Критерий**	**Значение**	**Макс. балл**
A1	Верно определены места наблюдения Кампала, Уганда и Сидней, Австралия		1
A2	Верно определена Полярная звезда		1
A3	Верно определены места наблюдений Баренцбург, Шпицберген и Станция Восток, Антарктида		1
A4	Верно определены места наблюдений Сочи, Россия и Станция Восток, Антарктида		1
A5	Верно определены звезды Капелла и Арктур		2
A6	Верно определены звезды Сириус, Каус Аустралис и Альфа Центавра		2

Задача 9.3. Орбитальный чайник. (8 баллов) Земные астрономы с помощью новейшего телескопа сверхвысокого разрешения смогли обнаружить в космосе объект похожий на чайник, двигающийся по круговой орбите вокруг Солнца. В ходе расчётов орбиты такого объекта они заметили, что синодический период равен сидерическому.

1. Чему равны эти периоды численно?
2. Между какими планетами находится орбита такого объекта?
3. Какое минимальное расстояние от Земли до этого объекта?

Решение. 1. Запишем выражение для синодического периода внутренних и внешних планет:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus} - \text{Для внутренних планет}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T} - \text{Для внешних планет}$$

Здесь S — синодический период, T — сидерический период, $T_\oplus$ — сидерический период Земли $T_\oplus = 1$ год.

Рассмотрим выражение для внутренних планет. Из условия $S = T$

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus}$$

Видно, что для внутренних тел равенство сидерического и синодического периодов невыполнимо.

Рассмотрим выражение для внешних планет. Приравняем синодический и сидерический периоды.

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T}$$

Из полученного выражения следует, что $T = 2T_\oplus = 2$ года. Таким образом для внешнего тела, по отношению к Земле возможно равенство сидерического и синодического периода в единственном случае, когда $S = T = 2$ года.

2. Найдем большую полуось орбиты объекта:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Примем за первое тело — наш объект из условия. За второе тело примем Землю. Тогда выражение примет вид

$$\frac{2^2}{1} = \frac{a_1^3}{1}$$

$$a_1 = \sqrt[3]{4} \approx 1{,}587 \text{ а.е.}$$

Известно, что большая полуось орбиты Марса равна $a = 1.524$ а.е.

Видно, что орбита обнаруженного чайника располагается между орбитами Марса и Юпитера. Аналогичный вывод можно сделать и из сравнения периодов обращения Марса, Юпитера и полученного периода для обнаруженного чайника.

3. Чтобы найти минимальное расстояние между чайником и Землей, будем исходить из предположения о круговых орбитах. И тогда разница между большими полуосями орбит и будет минимальным расстоянием.

$$s = a - a_\oplus = 0{,}587 \text{ а.е.}$$

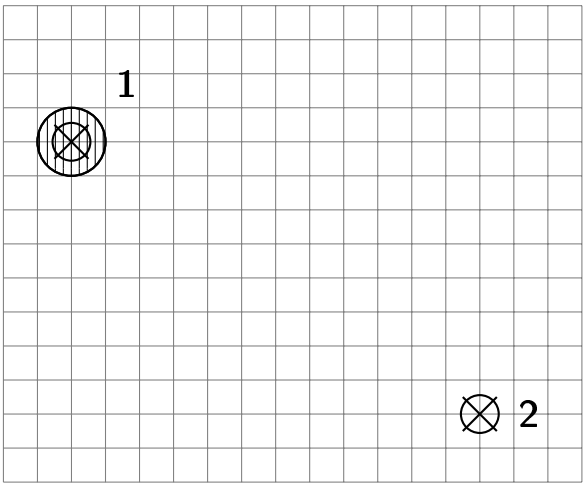
Критерии оценивания

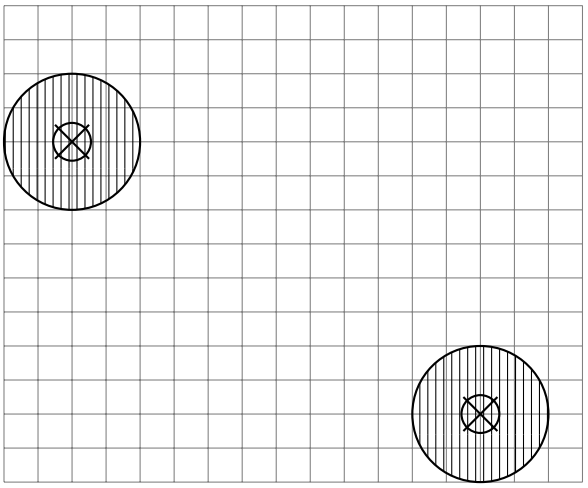
№	Критерий	Значение	Макс. балл
A1	Приведены верные формулы для синодического периода внутренних и внешних планет.	$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus}$ $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T}$	1
A2	Правильно вычислен синодический и сидерический периоды.	$S = T = 2$ года	2
B1	Правильно приведен третий закон Кеплера	$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$	1
B2	Верно вычислена большая полуось	$a \in [1{,}58; 1.59]$ а.е.	1
C1	Правильно определено между орбитами каких планет располагается орбита чайника	Марс и Юпитер	1
C2	Верно найдено минимальное расстояние между Землей и чайником	$s \in [0{,}58; 0.59]$ а.е.	2

Задача 9.4. Встреча сверхновых. (8 баллов) В некоторой галактике произошло два крайне редких события — вспышка сверхновых. Инопланетяне наблюдали за этим явление, находясь на планете, орбита и размеры которой похожи на Землю, а центральная звезда их планетной системы похожа на Солнце. Эти два события произошли с разницей в 1 год. Годичный параллакс для сверхновой «1» составлял $0.000395''$, в то время как для сверхновой «2» составлял $0.000400''$.

На рисунках 1 и 2 приведены сверхновые, отмеченные крестом в окружности. Вокруг них изображены остатки сверхновых в виде окружностей с вертикально расположенными линиями. На первом рисунке изображен момент времени с начала вспышки второй звезды. На втором рисунке ситуация спустя 1 год наблюдения. Каждая сторона квадрата на рисунке соответствует $1''$.

Считайте, что линейные скорости расширения оболочек и скорость изменениях угловых размеров на временах, рассматриваемых в задаче, не меняются. Оболочки сверхновых расширяются во всех направлениях одинаково.





1. Скорость изменения угловых размеров остатков сверхновых. Ответ приведите в (“/год);
2. Расстояние до сверхновых для инопланетного наблюдателя. Ответ приведите в парсеках;
3. Расстояние между сверхновыми. Ответ приведите в парсеках;
4. Линейную скорость расширения у каждой из оболочек. Ответ приведите в (пк/год)
5. Через сколько лет остатки сверхновых фактически столкнуться друг с другом. Ответ приведите в годах.

Решение. 1. Определим по рисункам, как изменился угловой размер остатков сверхновых за 1 год наблюдений.

Для первой звезды диаметр остатка сверхновой составлял $2''$, а за 1 год он начал составлять $4''$. Значит, за 1 год радиус увеличился на $2''$. Значит, скорость изменения угловых размеров α для первой звезды

$$\alpha_1 = 2''/\text{год}$$

Аналогично для второй звезды. Первый рисунок сделан с момента начала расширения оболочки, а значит её радиус равен $0''$. Через год её радиус начал составлять $4''$. Значит, её скорость изменения углового радиуса

$$\alpha_2 = 4''/\text{год}$$

2. Определим расстояние до объектов по их годичному параллаксу. Поскольку инопланетяне наблюдают с планеты, орбита которой похожа на Земную, то справедлива формула для нахождения расстояния по годичному параллаксу,

$$d = \frac{1}{p},$$

Где d — расстояние до звезды в парсеках, а p — годичный параллакс в угловых секундах. Тогда

$$d_1 = \frac{1}{0.000395''} \approx 2530 \text{ пк}$$

$$d_2 = \frac{1}{0.000400''} = 2500 \text{ пк}$$

3. Заметим, что угловое расстояние между сверхновыми составляет десятки угловых секунд, то есть угловое расстояние малое. С достаточно хорошей точностью мы можем

считать, что эти сверхновые находятся на одной прямой, а значит расстояние между ними l можно найти, как

$$l = d_1 - d_2 = 2530 \text{ пк} - 2500 \text{ пк} = 30 \text{ пк}$$

4. Угловой размер первой сверхновой изменился на $1''$ за 1 год. Расстояние до звезды составляет 2530 пк. Определим, какое расстояние прошёл фронт остатка сверхновой за 1 год:

$$\sin\theta \approx \theta = \frac{v_1}{d_1},$$

где v_1 — скорость, с которой оболочка прошла некоторое расстояние за 1 год. Тогда

$$v_1 = \theta d_1 = \frac{1''/\text{год}}{206265} \cdot 2530 \text{ пк} = 0.012 \frac{\text{пк}}{\text{год}}$$

$$v_2 = \theta d_2 = \frac{2''/\text{год}}{206265} \cdot 2500 \text{ пк} = 0.024 \frac{\text{пк}}{\text{год}}$$

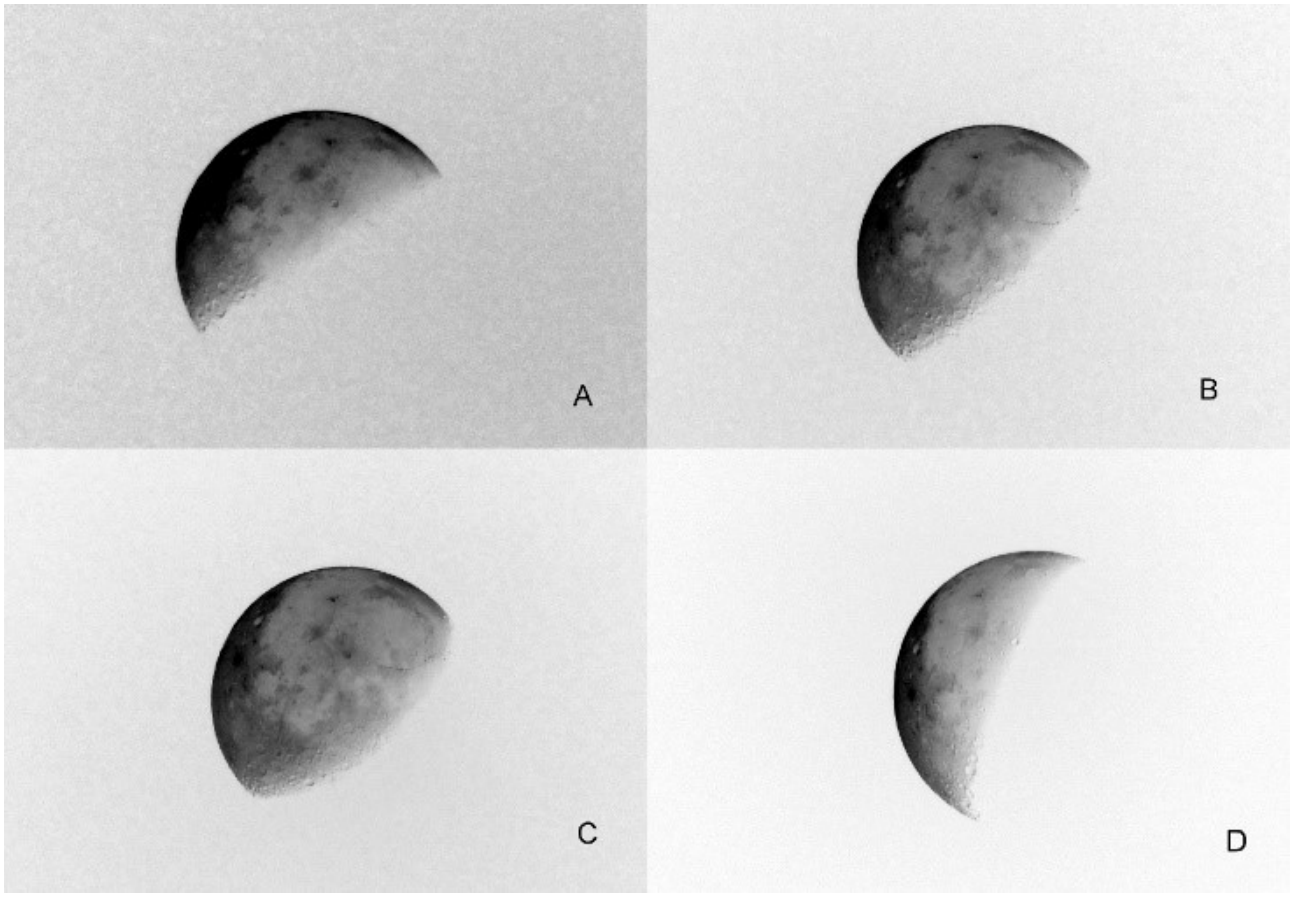
5. Суммарная скорость двигающихся друг на друга оболочек составляет $v_1 + v_2 = 0.036 \frac{\text{пк}}{\text{год}} \approx 35200 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Эта скорость сильно меньше скорости света, а значит мы можем использовать классическое приближение для расчета времени t до столкновения оболочек. Поскольку оболочки расширяются сферическим образом, то первое соприкосновение произойдёт по наименьшему расстоянию между ними,

$$t = \frac{l}{v_1 + v_2} = \frac{30 \text{ пк}}{0.012 \frac{\text{пк}}{\text{год}} + 0.024 \frac{\text{пк}}{\text{год}}} \approx 830 \text{ лет}$$

Критерии оценивания

№	Критерий	Значение	Макс. балл
К1	Правильно определены скорости изменения угловых размеров обоих остатков сверхновых. (По 1 баллу за каждый размер)	$\alpha_1 = 2''/\text{год}$ $\alpha_2 = 4''/\text{год}$	2
К2	Определены расстояния до обеих сверхновых. (По 1 баллу за каждое расстояние)	$d_1 = 2530$ пк $d_2 = 2500$ пк	2
К3	Определено расстояние между сверхновыми	30 пк	1
К4	Определена линейная скорость движения фронта остатков для обеих сверхновых (По 1 баллу за каждую скорость)	$v_1 = 0.012 \frac{\text{пк}}{\text{год}}$ $v_2 = 0.024 \frac{\text{пк}}{\text{год}}$	2
К5	Определено время до столкновения двух остатков сверхновых	$t = 830$ лет	1

Задача 9.5. Сдвиг по фазе. (8 баллов) Разбирая архив путешествия по России, любитель астрономии обнаружил четыре снимка Луны, сделанные бытовым фотоаппаратом. Их негативы приведены под буквами A, B, C и D.



1. В какое время суток сделаны фото?
2. Расположите фотографии в хронологическом порядке: первой укажите букву самого раннего изображения.
3. Найдите среднюю скорость изменения фазы Луны в диаметрах Луны за сутки
4. Оцените интервал времени между первой по времени и последней фотографиями в целых сутках.

Решение. A. В какое время суток сделаны фото?

Фотографии Луны сделаны в России — в Северном полушарии убывающая Луна освещена слева в первой половине суток, утром. Нормальный контраст изображения Луны и фона позволяет сделать вывод, что во время съемки небо было уже светлым.

B. Расположите фотографии в хронологическом порядке: первой укажите букву самого раннего изображения.

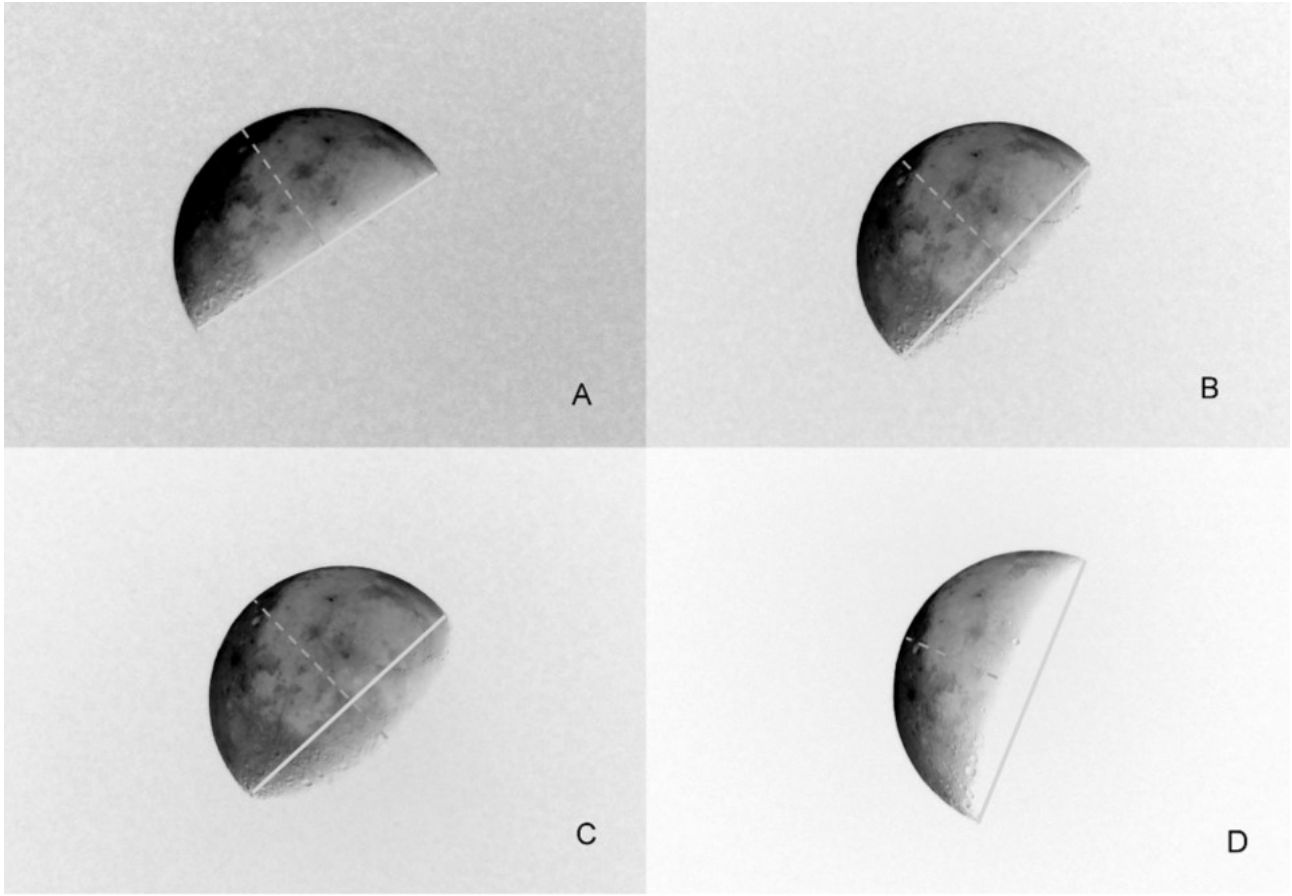
Первым сделано изображение C — убывающая Луна до последней четверти. Море Дождей освещено полностью. Далее изображения B и A — свет постепенно уходит из Моря Дождей. Последним сделано изображение D — это самый тонкий лунный серп. Хорошо заметен кратер Коперник.

C. Найдите среднюю скорость изменения фазы Луны в диаметрах Луны за сутки

В предположении, что Луна и Земля равномерно движутся по круговым орбитам, найдем изменение фазы за сутки, взяв из справочных данных синодический (смена фаз) период Луны 29.53 дня. Терминатор (линия разделения дневной и ночной сторон) за это

время проходит периметр окружности πd, т.е. за сутки смещается на $\frac{\pi d}{29.53} = 0.106$ диаметра Луны d.

D. Оцените интервал времени между первой по времени и последней фотографиями в целых сутках.



Для этого на первом и последнем по времени изображениях оценим фазу как отношение освещенной части диаметра (серединный перпендикуляр к диаметру — пунктир на рисунке) к диаметру Луны, измеренным линейкой по снимку: $f_C = 0.71$, $f_D = 0.38$. Далее найдем разность фаз, начиная с момента C: $f_C - f_D = 0.71 - 0.38 \approx 0.33$. Большая точность из-за оценочных определений фазы не требуется. Разделив изменение фазы на ее суточное изменение $\frac{0.33}{0.106} = 3.11$, получаем интервал времени между снимками чуть более 3 суток. В действительности снимки сделаны автором задачи с 4 по 7 августа 2026 года с 7.30 до 10 часов утра на светлом небе в условиях переменной облачности.

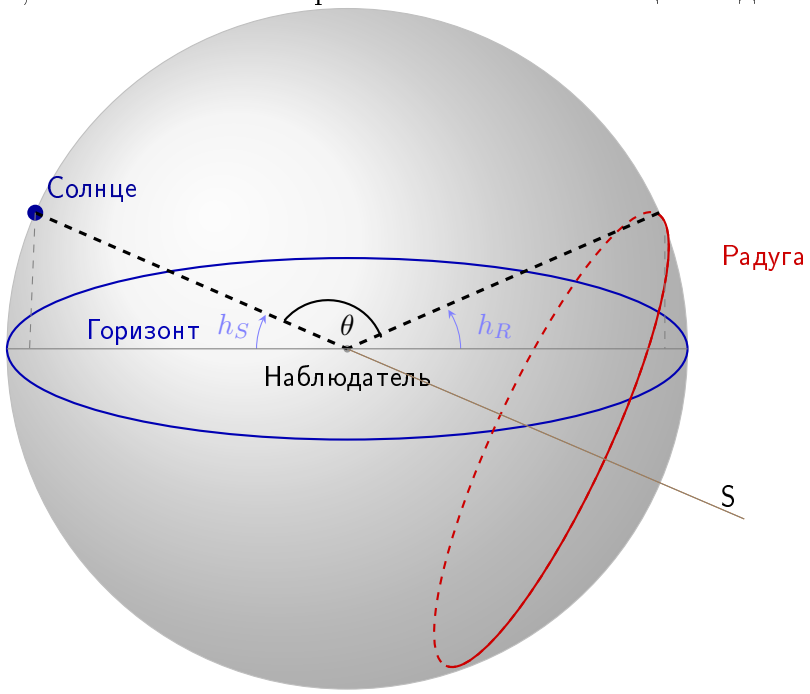
Критерии оценивания

№	**Критерий**	**Баллы**	**Макс. балл**
A	В России — в Северном полушарии убывающая Луна освещена слева в первой половине суток - утром — верный ответ без объяснения		**2.0** 1
B	Последовательность C-B-A-D — полностью верная верные позиции C и D		**2.0** 1
C	$\frac{3.14}{29.53} = 0.106$ (d Луны /сутки) — Использование вместо длины окружности линейного диаметра Луны		**2.0** 0
D	$f_C - f_D = 0.71 - 0.38 \approx 0.33$ — разность фаз $\frac{0.33}{0.106} = 3.11$ - трое суток — Верное определение фаз $f_C = 0.71$, $f_D = 0.38$		**2.0** 1
	Итого		**8**

Задача 9.6. Далекая радуга. (8 баллов) Мы привыкли видеть радугу как дугу, но ее полная форма — окружность, каждая точка которой находится на угловом расстоянии $\theta = 138^\circ$ от Солнца, а центр — точно напротив Солнца. Горизонт закрывает от нас часть радуги, а иногда и всю окружность. В рамках этой задачи будем считать радугу не имеющей толщины.

1. Выберите пригодную систему астрономических координат, нарисуйте в ней и обозначьте на рисунке: Солнце, наблюдателя, центр радуги - точку S, всю окружность радуги, угол θ между Солнцем и наивысшей точкой радуги, высоты h Солнца и наивысшей точки радуги. Солнце расположите не на горизонте и предусмотрите, чтобы радуга на рисунке не превращалась в отрезок.
2. С каких угловых высот Солнца наблюдение радуги становится невозможным?
3. На каких широтах Земли в истинный солнечный полдень дня летнего солнцестояния радугу увидеть нельзя? Рефракцией и угловыми размерами Солнца пренебрегите.

Решение. 1. Предложено сделать рисунок, который наглядно представит взаимное расположение рассматриваемых объектов. Для построения радуги необходимо предусмотреть, чтобы все ее точки располагались от Солнца на одном и том же угловом расстоянии:



2. Чем выше Солнце h_S, тем ниже верхняя точка радуги h_R. Из рисунка видно, что три угла h_S, h_R, θ составляют развернутый угол:

$$h_S + h_R + \theta = 180^\circ$$

или

$$h_R = 180^\circ - \theta - h_S.$$

Для невозможности наблюдать радугу необходимо, чтобы $h_R < 0$. Тогда $h_S > 42^\circ$.

3. Склонение Солнца в момент летнего солнцестояния соответствует углу наклона эклиптики к небесному экватору $\delta = 23^\circ 26'$. Зная склонение Солнца и его ограничение на угловую высоту несложно определить ограничение на широту места наблюдения радуги. В момент истинного солнечного полудня Солнце находится в верхней кульминации. Высота светил в верхней кульминации:

$$h_s = 90^\circ - |\varphi - \delta| > 42^\circ.$$

Теперь можно решить это неравенство относительно широты.

$$|\varphi - \delta| < 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

$$\varphi - \delta < 48^\circ \text{ и } \varphi - \delta > -48^\circ \Rightarrow \varphi < 48^\circ + \delta \text{ и } \varphi > -48^\circ + \delta \Rightarrow \varphi < 71^\circ 26' \text{ и } \varphi > -24^\circ 34'$$

$$\Rightarrow \varphi \in (-24^\circ 34'; 71^\circ 26')$$

Таким образом, наблюдение радуги в истинный солнечный полдень дня летнего солнцестояния невозможно на широтах $-24^\circ 34' < \varphi < 71^\circ 34'$

Критерии оценивания

№	**Критерий**	**Баллы**	**Макс. балл**
A	Построен верный рисунок в горизонтальной системе координат, на котором указаны: Солнце (не на горизонте), горизонт, наблюдатель, вся окружность радуги (не проецируется на прямую, но при этом примерно соблюдено одинаковое угловое расстояние от Солнца), центр радуги S, углы θ между Солнцем и любой точкой радуги, высоты h_s и h_r.		**1.0**
B	Верно понято, что для наблюдения радуги Солнце должно быть не выше определённой величины, которая связана с углом θ (может прослеживаться косвенно) ИЛИ Получена связь между высотой Солнца h_s и высотой верхней точки радуги h_r		**1.0**
	Обоснованно получен верный ответ $h_s > 42°$		**1.0**
C	Приведена верная формула для связи широты, склонения и высоты Солнца. Баллы выставляются, если приведена или получена верная формула с модулем ИЛИ Выставляются баллы за формулы высоты верхней кульминации в каждом из трёх случаев: кульминация к югу от зенита в северном полушарии, кульминация к северу от зенита в северном полушарии, кульминация в южном полушарии. В таком случае выставляется по баллу за верную формулу в каждом случае		**3.0**
	Обоснованно получен верный ответ $-24°34' < \varphi < 71°34'$ (за каждую полученную границу по одному баллу)		**2.0**
	Итого		**8**