1 ?? давление жидкости на дне сосудов;

Зависимость плотности от температуры:

$$\rho(t) = \rho_0 - \frac{\rho_0}{2} \cdot \frac{t - t_0}{t_0} = \rho_0 \frac{3t_0 - t}{2t_0}. \qquad (1)$$

Начальная масса m_{L0} жидкости в левом сосуде:

$$m_{L0} = 4Sh\rho_0 = 4SH\rho.$$

Следовательно сосуд большего сечения заполнится доверху, когда плотность в нём уменьшится до $\rho = 0{,}95\rho_0$. Из (1) получаем:

$$\rho = 0{,}95\rho_0 \Rightarrow 3t_0 - t_1 = 1{,}9t_0 \Rightarrow t_1 = 1{,}1t_0.$$

После этого жидкость начинает перетекать из левого (широкого) сосуда в правый. При достижении температуры $t = 2t_0$ масса m_L жидкости в левом сосуде равна:

$$m_L = 4SH \cdot \frac{\rho_0}{2} = 2\rho_0 SH.$$

Полная масса m жидкости изначально:

$$m = (4S + S)h\rho_0 = 5S \cdot 0{,}95H\rho_0 = 4{,}75\rho_0 SH.$$

Следовательно, масса m_R жидкости в правом сосуде после нагрева:

$$m_R = m - m_L = 2{,}75\rho_0 SH.$$

Тогда давление на дне:

Ответ:

$$p_{\text{дно}} = \frac{m_R g}{S} = 2{,}75\rho_0 gH.$$

2 ?? давление жидкости на крышку в сосуде большего сечения;

Давление $p_{\text{к}}$ жидкости на крышку в сосуде большего сечения найдём из равенства давлений:

Ответ:

$$p_{\text{к}} = p_{\text{дно}} - 0{,}5\rho_0 gH = 2{,}25\rho_0 gH.$$

3 ?? температуру жидкости в сосуде меньшего сечения.

Поскольку объём левого сосуда фиксирован (при достижении высоты H), уменьшение массы в нём прямо пропорционально уменьшению плотности при нагреве. При нагреве левого сосуда на малую величину Δt плотность уменьшается на $\Delta\rho$, и в правый сосуд перетекает масса:

$$\Delta m = 4SH\,\Delta\rho, \qquad (2)$$

температура которой равна текущей температуре t в левом сосуде.

Способ 1

Можно считать, что нагреватель сообщил количество теплоты массе Δm уже после того, как она переместилась в правый сосуд. Тогда количество теплоты, поступающее в правый сосуд:

$$\Delta Q = c\Delta m\,(t - t_0) = 4cSH(t - t_0)\Delta\rho,$$

где c — теплоёмкость жидкости.

Если воспользоваться графиком зависимости $\rho(t)$, то можно заметить, что величине ΔQ пропорциональна площадь полоски шириной $\Delta\rho$ и длиной $t - t_0$ (см. рисунок 1), домноженной на $4cSH$.

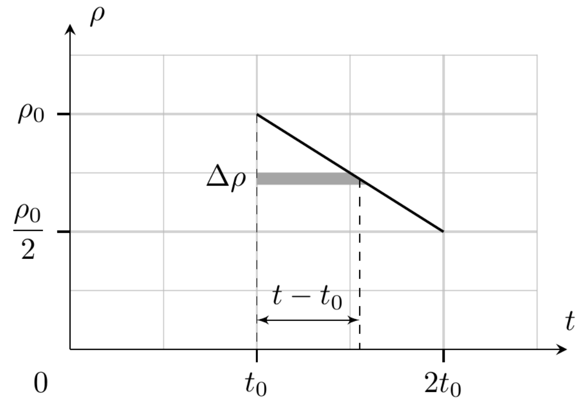

Рис. 1

Полное количество «перенесённой» в правый сосуд теплоты Q пропорционально площади трапеции, показанной на рисунке 2, с домножением на $4cSH$. Тогда:

$$Q = 0{,}99\rho_0 t_0 cSH.$$

Эта теплота, распределённая по массе $m_R = 2{,}75\rho_0 SH$, повысит температуру правого сосуда:

$$t_R = t_0 + \frac{Q}{cm_R} = t_0 + \frac{0{,}99\rho_0 t_0 cSH}{c \cdot 2{,}75\rho_0 SH}.$$

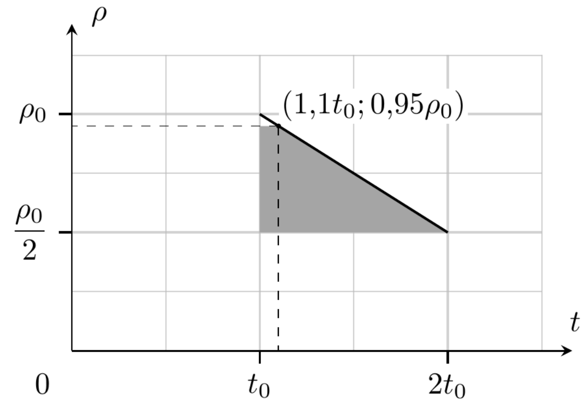

Рис. 2

Способ 2

Из (1) и (2) получим, что при повышении температуры левого сосуда от $t_1 = 1{,}1t_0$ до $t_2 = 2t_0$ масса, перетекающая в правый сосуд, увеличивается равномерно с температурой:

$$\Delta m = \frac{2SH}{t_0} \cdot \Delta t.$$

Следовательно, распределение масс по температуре равномерное, и средняя температура приходящих порций жидкости равна среднему арифметическому концов интервала:

$$t_{\text{ср}} = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{1{,}1t_0 + 2t_0}{2} = 1{,}55t_0.$$

Уравнение теплового баланса для правого сосуда:

$$m_{R0}c(t_R - t_0) + \Delta mc(t_R - t_{\text{ср}}) = 0,$$

где m_{R0} — начальная масса жидкости в правом сосуде.
Отсюда:

$$t_R = \frac{m_{R0}t_0 + \Delta m\, t_{\text{ср}}}{m_{R0} + \Delta m}.$$

Способ 3

Малая масса, перетекающая при возрастании температуры на $\mathrm{d}t$:

$$\mathrm{d}m = -4SH\,\mathrm{d}\rho.$$

Из (1):

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -\frac{\rho_0}{2t_0} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}m = \frac{2\rho_0 SH}{t_0}\,\mathrm{d}t.$$

Количество теплоты, переносимое этой массой:

$$\mathrm{d}Q = c(t - t_0)\,\mathrm{d}m = c(t - t_0)\frac{2\rho_0 SH}{t_0}\,\mathrm{d}t.$$

Интегрируем от $t_1 = 1{,}1t_0$ до $2t_0$:

$$Q = \frac{2\rho_0 SHc}{t_0}\int_{1{,}1t_0}^{2t_0}(t - t_0)\,\mathrm{d}t = \frac{2\rho_0 SHc}{t_0}\left[\frac{(t - t_0)^2}{2}\right]\Bigg|_{1{,}1t_0}^{2t_0}.$$

Подставляем пределы:

$$Q = \frac{2\rho_0 SHc}{t_0} \cdot \frac{t_0^2 - 0{,}01t_0^2}{2} = 0{,}99\rho_0 ct_0 SH.$$

Далее, как и в первом способе:

$$t_R = t_0 + \frac{Q}{cm_R}.$$

Окончательно:

Ответ:

$$t_R = 1{,}36t_0.$$