1 ?? Расстояние s, которое проехал Баг между звонками.

Воспользуемся тем, что средняя скорость движения $v_{\text{ср}}$ на всем пути равна скорости движения на отрезке между звонками Глюка. Весь путь можно определить, как S_1+S_2-s, а условие равенства средних скоростей можно будет записать так:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1+S_2-s}{t} = \frac{s}{t_2-t_1}. \quad (1)$$

Откуда находим, что

Ответ: $s = 150$ км

2 ?? Скорости движения Бага v_1, v_2 и v_3 на первом, втором и третьем участках, соответственно.

Средняя скорость

$$v_{\text{ср}} = v_1 = \frac{s}{t_2-t_1} = \frac{150\text{ км}}{2{,}5\text{ ч}} = 60\text{ км/ч}.$$

Также теперь легко определить, что весь путь из города в деревню составил $L = 600$ км.

Аналитическое решение:

Рассмотрим все три возможных варианта:

1. Первый звонок был совершён на первом участке, второй — на втором.
2. Первый звонок был совершён на первом участке, второй — на третьем.
3. Первый звонок был совершён на втором участке, второй — на третьем.

При реализации первых двух вариантов первых звонок должен быть совершён на расстоянии $L-S_1 = 350$ км от города. Однако, при этом скорость на первом участке составит $\tilde{v_1} = (L-S_1)/t_1 \approx 54$ км/ч $\neq v_1$, что противоречит ранее найденному v_1. Тогда возможен только третий вариант, при котором первый звонок был совершён на втором участке пути, а второй — на третьем.

Тогда скорость Бага на третьем участке: $v_3 = \frac{L-S_2}{t-t_2} = 100$ км/ч.

Скорость на втором участке не может быть в 2 раза больше v_3, ведь тогда средняя скорость на всем пути точно будет превосходить 60 км/ч. Значит v_2 в два раза меньше v_3 и $v_2 = 50$ км/ч. Или альтернативно, поскольку средняя скорость движения Бага до первого звонка меньше средней скорости на всём пути, то скорость на втором участке должна быть меньше средней скорости. Тогда скорость на третьем участке вдвое превосходит скорость на втором участке: $v_3 = 2v_2$. В противном случае, средняя скорость на всём пути точно будет меньше 60 км/ч.

Графическое решение:

Построим график (см. рис. 1) зависимости пути, который проехал автомобиль, от времени. В момент времени $t = 10$ ч автомобиль проехал $L = 600$ км. Обозначим точку 3, соответствующую этому состоянию. Проведем прямую из начала координат в точку 3. Эта прямая соответствует движению со средней скоростью. И, очевидно, ее часть совпадает с графиком на первом участке. В момент времени $t_1 = 6.5$ ч автомобиль проехал $L-S_1 = 350$ км. Обозначим точку 4, соответствующую этому состоянию.

В момент времени $t_2 = 9$ ч автомобиль проехал $L-S_2 = 500$ км. Обозначим точку 5, соответствующую этому состоянию.

График третьего участка — это часть прямой, проходящей через точки 3 и 5. Проведем ее. По наклону прямой можно определить скорость на третьем участке — $v_3 = \frac{150}{1{,}5} = 100$ км/ч. Заметим, что v_3 больше средней скорости, тогда скорость автомобиля на втором участке $v_2 = \frac{v_3}{2} = 50$ км/ч. Поскольку в обратном случае, если $v_2 = 2v_3 = 200$ км/ч, средняя скорость на всём пути будет превышать $v_{\text{ср}} = 60$ км/ч, что противоречит условию.

Ответ: $v_1 = 60$ км/ч, $v_2 = 50$ км/ч, $v_3 = 100$ км/ч.

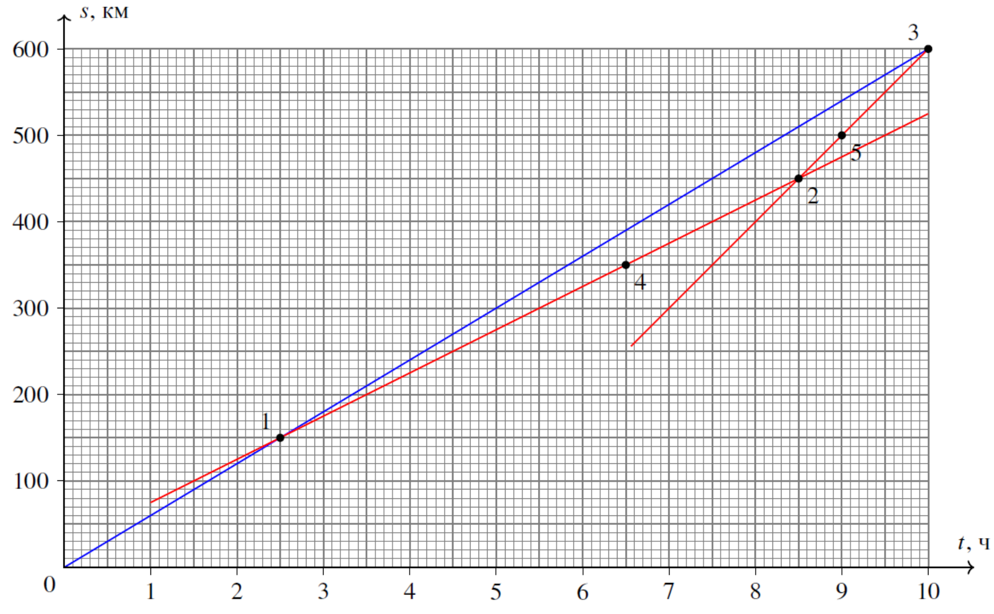

Рис. 1

3 ?? Протяженности l_1, l_2 и l_3 в километрах первого, второго и третьего участков, соответственно.

Аналитическое решение:

Пусть T_1 — время движения Бага на первом участке. С учётом того, что расстояние $L - S_1 = 350$ км Баг проехал, двигаясь в течение времени T_1 со скоростью v_1 и времени $t - T_1$ со скоростью v_2, запишем:

$$L - S_1 = v_1 T_1 + v_2(t_1 - T_1).$$

Откуда получим, что

$$T_1 = \frac{L - S_1 - v_2 t_1}{v_1 - v_2} = \frac{600 - 250 - 50 \cdot 6{,}5}{60 - 50} = 2{,}5 \text{ ч}.$$

При это протяженность первого участка составит $l_1 = v_1 T_1 = 150$ км.

Пусть T_2 — время движения Бага на втором участке, тогда $t - T_1 - T_2$ — время движения Бага на третьем участке. Для всего пути можно записать:

$$L = v_1 T_1 + v_2 T_2 + v_3(t - T_1 - T_2)$$

.

Откуда получим

$$T_2 = \frac{v_1 T_1 + v_3 t - v_3 T_1 - L}{v_3 - v_2} = 6 \text{ ч}$$

.

При это протяженность второго участка составит $l_2 = v_2 T_2 = 300$ км.

Тогда протяженность третьего участка составит $l_3 = L - l_1 - l_2 = 150$ км.

Графическое решение:

График второго участка — это часть прямой, проходящей через точку 4. Наклон этой прямой соответствует скорости v_2. Эта прямая пересекается с прямой, проведённой через точки 3 и 5, в точке 2, соответствующей границе второго и третьего участков пути. Прямая, проведённая через начало отсчёта и точку 3, пересекается с прямой, проведённой через точки 2 и 4, в точке 1, соответствующей границе первого и второго участка.

Прямая 3-5 описывается уравнением $S = -400 + 100 \cdot t$, прямая 4-2 описывается уравнением $S = 25 + 50 \cdot t$. Решая эту пару уравнений совместно, получим координаты точки 2: $(8{,}5 \text{ ч};\ 450 \text{ км})$.

Прямая 0-3 описывается уравнением $S = 60 \cdot t$, прямая 4-2 описывается уравнением $S = 25 + 50 \cdot t$. Решая эту пару уравнений совместно, получим координаты точки 1: $(2{,}5 \text{ ч};\ 150 \text{ км})$.

Откуда получим, что Баг ехал первые 2.5 ч со скоростью 60 км/ч, затем 6 ч со скоростью 50 км/ч, и в конце – $1{,}5$ ч со скоростью 100 км/ч. Откуда $l_1 = 150$ км (участок 1-2 на рис. 1), $l_2 = 300$ км (участок 2-3 на рис. 1), $l_3 = 150$ км (участок 2-3 на рис. 1).

Ответ: $l_1 = 150$ км, $l_2 = 300$ км, $l_3 = 150$ км.