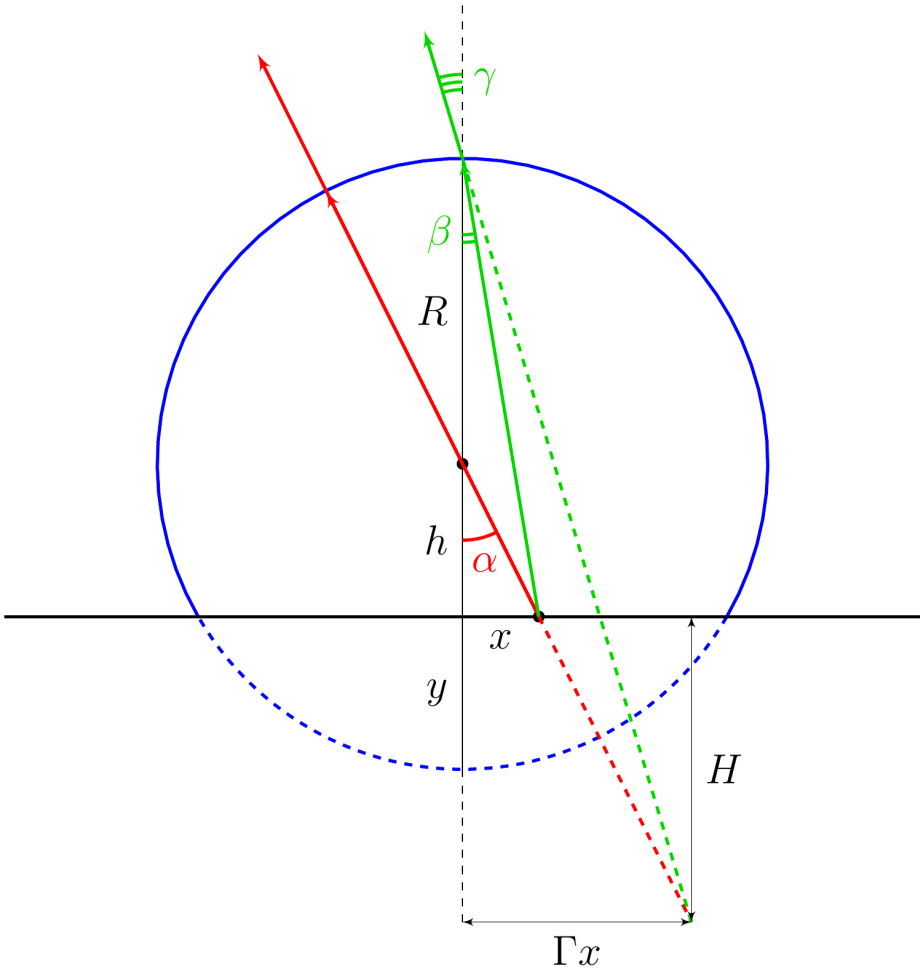




1 ?? Определите показатель преломления стекла n .

Заметим, что по условию фотографирование происходит с большого расстояния, поэтому можно считать, что увеличение цилиндра в направлении его оси отсутствует. Дополнительно можно убедиться в этом, проверив, что точки пересечения линий миллиметровки и их изображений лежат примерно на оси цилиндра.

Теперь исследуем увеличение для параксиальных лучей в направлении, перпендикулярном оси цилиндра. Пусть расстояние от оси цилиндра до плоскости равно h . Будем считать его положительным, если осталось больше половины цилиндра. Рассмотрим точку, смещённую от плоскости симметрии системы на малое расстояние x . Найдём положение её изображения, образованного параксиальными лучами.



Из закона преломления света получаем:

$$\gamma = n\beta = \frac{nx}{h+R}.$$

Запишем геометрические соотношения.

$$\frac{x(h+H)}{h} = \Gamma x = \frac{nx(h+H+R)}{h+R}$$

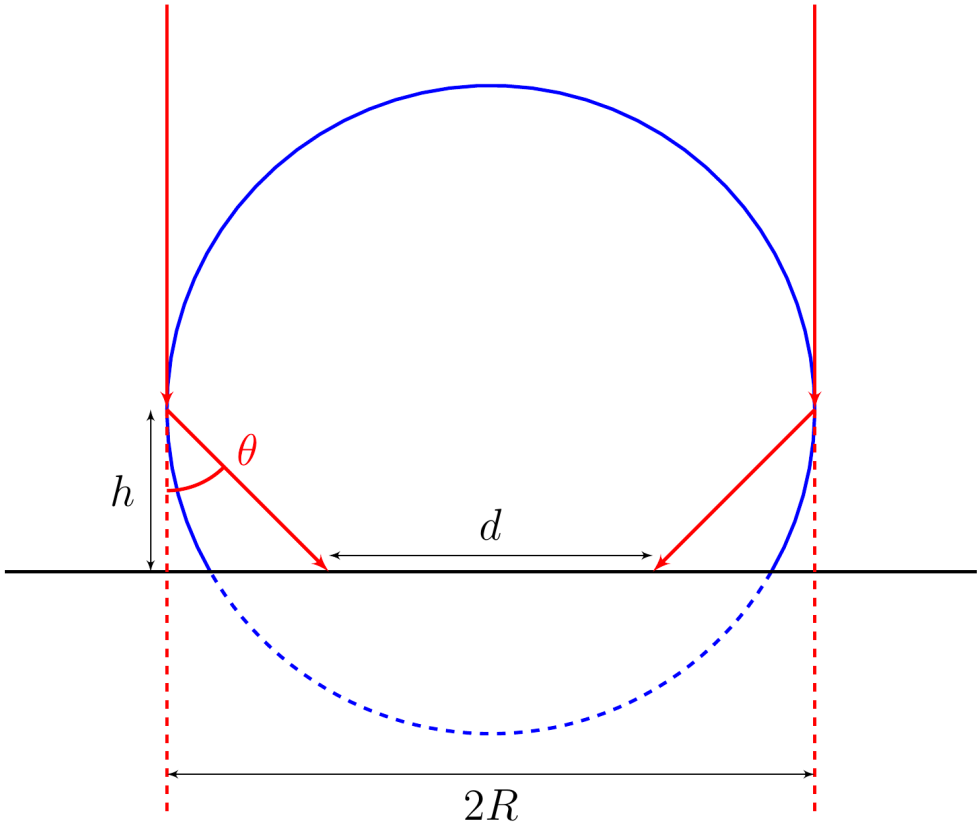
Выразим и подставим значение H .

$$\begin{aligned} H &= h(\Gamma - 1) \\ \Gamma(h+R) &= n(\Gamma h+R) \end{aligned}$$

Получаем искомое увеличение:

$$\Gamma = \frac{nR}{R - (n-1)h}$$

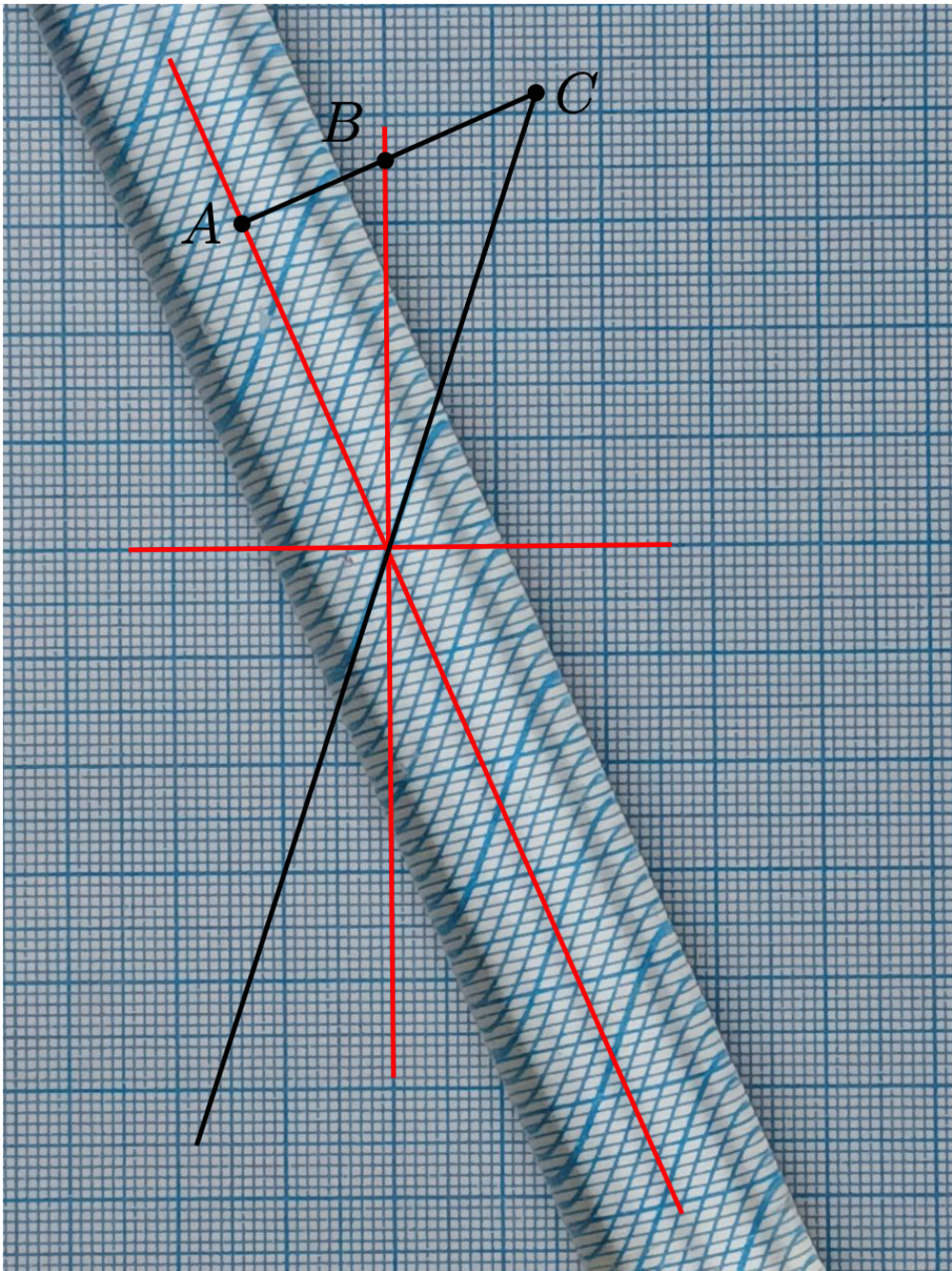
Заметим, что мы видим не всю миллиметровку, которую закрывает цилиндр. Такое может быть только в случае $h > 0$, то есть отрезали меньше половины цилиндра. По фотографии видно, что область видимости ограничивают лучи, идущие по касательной к цилиндру.



Из закона преломления света имеем:

$$\cos \theta = \frac{1}{n},$$
$$d = 2 \left(R - h \operatorname{tg} \theta \right)$$
$$\frac{d}{2R} = 1 - \frac{h \sqrt{n^2 - 1}}{R}$$

Теперь достаточно измерить по фотографии Γ и d/R . Тогда у нас будет система из двух уравнений с двумя неизвестными.



Проведём ось цилиндра, вертикальную линию миллиметровки и касательную к её изображению в точке на оси цилиндра. Отрезок CA – перпендикуляр из точки касательной на ось цилиндра. Тогда увеличение можно найти по фотографии:

$$\Gamma = \frac{AC}{AB} \approx 2,0.$$

Для поиска области видимости можем воспользоваться подобием: для любой прямой можем определить, какую её часть видно через цилиндр. Воспользуемся горизонтальной линией на миллиметровке: закрыто цилиндром 22 мм, видно через цилиндр 9 мм.

$$\frac{d}{2R} \approx 0,41$$

Для удобства введём обозначение $\xi = h/R$.

$$\begin{cases} 2 = \frac{n}{1 - (n - 1)\xi}; \\ 0,41 = 1 - \xi\sqrt{n^2 - 1}. \end{cases}$$

$$\xi = \frac{0,59}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{2 - n}{2(n - 1)}.$$

Получили уравнение на n , которое можно решить численно: $n = 1,48$.

Ответ:

$n = 1,48$

2 ?? Какая часть радиуса цилиндра отсечена плоскостью?

Подставляя полученное значение в формулы для ξ , получаем:

$$\xi = 0,54.$$

При этом искомая величина выражается через ξ :

$$\frac{y}{R} = \frac{R - h}{R} = 1 - \xi = 0,46.$$

Ответ:

$\frac{y}{R} = 0,46$

 Website in English