

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2024–2025 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 8 классов

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 3 часа 55 минут.

Желаем вам успеха!

8.1. Над трассой от пункта A до пункта B , протяжённостью 35 км, летят два квадрокоптера, отправленные из точки A . Скорость первого 10 км/ч, второго — 12 км/ч. Вдоль трассы установлены столбы (больше одного), над которыми квадрокоптеры зависают на **целое** число минут (над каждым столбом на одно и то же), причём второй квадрокоптер зависает на время, вдвое большее, чем первый. К конечной точке B они прилетают одновременно. Сколько столбов могло быть установлено вдоль трассы? Найдите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.

8.2. На даче у Валерия Трифионовича живет 198 котов. Все они имеют разный вес, а также разную скорость. Известно, что в любой группе из 100 котов самый толстый из них является одновременно и самым быстрым из них. Докажите, что можно так выбрать группу из 100 котов, что самый худой из них окажется одновременно и самым медленным.

8.3. Незнайка нарисовал трапецию $ABCD$ с основаниями BC и AD и утверждает, что для любой точки E , лежащей на боковой стороне CD имеет место неравенство $BE + AE > AC + BD$. Докажите, что Незнайка неправ.

8.4. Упростите дробь

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{15} + \sqrt{25} + \sqrt{27}}$$

таким образом, чтобы в итоговом выражении символ квадратного корня встречался только один раз.

8.5. На стороне BC остроугольного треугольника ABC удалось выбрать точку D так, что $AB + BD = DC$. Известно, что угол B в два раза больше угла C . Докажите, что угол ADC равен 90° .

8.6. Есть 4 камня, каждый из которых весит целое число граммов. Есть чашечные весы (без гирь) со стрелкой, показывающей на какой из двух чаш масса больше и на сколько граммов. (В частности, если на одной из чаш груза нет, весы показывают массу груза на второй чаше.) Можно ли узнать за 4 взвешивания точный вес каждого из камней, если в одном из этих взвешиваний весы могут ошибаться ровно на один грамм (неизвестно, в какую сторону)? Ответ обоснуйте.