

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2024–2025 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 11 классов

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 3 часа 55 минут.

Желаем вам успеха!

11.1. Пусть $P(x) = x^2 - 38x - 80$. Решите уравнение

$$P(x) = P\left(\frac{x+4}{x+1}\right).$$

11.2. Пусть площадь трапеции равна 1. Какую наименьшую величину может иметь её наибольшая диагональ?

11.3. У фокусника есть 25 цилиндров, ровно в двух из которых сидит по одному кролику. За один вопрос можно указать на один или два цилиндра и спросить, сидит ли там хотя один кролик (фокусник честно Вам ответит «да» или «нет»). За какое наименьшее количество вопросов можно гарантированно найти хотя бы один цилиндр с кроликом? Ответ обоснуйте.

11.4. Пусть $x, y, z \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin x \cos y = \sin z, \\ \cos x \sin y = \cos z. \end{cases}$$

11.5. В каждую грань треугольной пирамиды вписали окружность. Оказалось, что все четыре вписанных окружности попарно касаются друг друга. Затем из центра каждой окружности построили перпендикуляр к той грани пирамиды, в которой находится эта окружность. Докажите, что все четыре построенных перпендикуляра пересекаются в одной точке.

11.6. 9 шахматистов сыграли двухкруговой шахматный турнир: в каждом круге каждый участник сыграл с каждым одну партию. Известно, что после первого круга у всех участников было разное количество очков. Могло ли так случиться, что по окончании турнира у всех участников снова было разное количество очков, но при этом шахматисты расположились (по количеству набранных очков) в порядке, обратном тому, какой был после первого круга. Ответ обоснуйте. В шахматах за победу дается 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0 очков.