

## Задача А. Банный день

Для того, чтобы ведром объёма  $p$  наполнить бак  $V$  надо сделать  $n = \lceil V/p \rceil$  походов к колодцу. При этом имеется времени на  $m = \lfloor T/t \rfloor$  походов. Здесь символы  $\lceil \cdot \rceil$  и  $\lfloor \cdot \rfloor$  означают округление вверх и округление вниз соответственно. Стало быть, если  $n \leq m$ , то через время  $T$  бак будет полон. Если же  $n > m$ , то через время  $T$  в баке будет  $p \cdot m$  литров воды.

## Задача В. Турнир по крестикам-ноликам

Заметим, что Петя и Миша в каждом туре сыграли в сумме три партии: по одной той, которую играли между собой, и ещё одну сыграли победитель в финале с девочкой, победившей в своей паре. То же самое можно сказать и про девочек. Стало быть, сумма партий, сыгранных Петей и Мишей, равна сумме партий, сыгранных Галей и Валей:  $p + m = g + v$ . Откуда  $p = g + v - m$ .

### Примечания

Из соображений, что в каждом туре оба мальчика (и обе девочки) в сумме сыграли три партии, следует, что сумма  $p + m$  делится на 3 так же, как и сумма  $g + v$ .

Кроме того, число  $m$  не может быть слишком большим, иначе  $p$  будет слишком маленьким и не будет отвечать тому числу партий, которые могли быть сыграны Петей. И наоборот,  $m$  не может быть слишком маленьким. несложно понять, что  $g$  не должно превосходить  $1.5v$ ,  $v$  не должно превосходить  $1.5g$ , а  $m$  должно быть не меньше трети и не больше двух третей от суммы  $(g + v)$ .

Именно про эти факты в условии сказано, что данные соответствуют какому-то допустимому набору игр. Однако в условии гарантии корректности входных данных решение строится без этих рассуждений.

## Задача С. Учим слова на R

Самое простое решение подразумевает подсчёт количества пар символов, первый из которых является пробелом, а второй — буквой «R», то есть, ситуаций, когда слово начинается с буквы «R». Дополнительно надо проверить, стоит ли в начале строки буква «R».

Другой подход, стандартный, связанный с поиском и выделением слов с последующей проверкой их начальных букв, представляется более простым технически, но более трудным идеологически, поскольку нужно знание библиотеки языка. Ручное же написание такой процедуры достаточно нетривиально: это не есть просто подсчёт количества пробелов, поскольку надо учитывать ситуации идущих подряд нескольких пробелов.

## Задача D. На физкультуре

Задачи, связанные с делимостью целых чисел, при простой формулировке очень часто бывают крайне сложными. В этой задаче так же. Фактически, требуется найти такое наименьшее положительное целое число  $n$ , что  $n = a \cdot l + 1 = b \cdot m - 1$  при заданных  $l$  и  $m$ . Никакого хорошего алгоритма решения тут нет, поэтому предлагается искать  $n$  перебором.

### Подзадача 1

В этой подзадаче перебор можно вести, просто перебирая все натуральные числа  $k$  и проверяя их остатки от деления на  $l$  и  $m$  (или проверяя на делимость на  $a$  число  $k - 1$ , и на число  $b$  число  $k + 1$ ), пока нужное не будет найдено. Не очень сложно показать, что если  $l$  и  $m$  взаимно просты, то искомое число не превосходит  $ab$ . В условиях подзадачи — не превосходит 10000. Такой перебор делается современным компьютером мгновенно.

## Подзадача 2

Здесь перебор может идти до заявленной оценки, до двух миллиардов. Такой перебор займёт уже секунды и не уложится во временные ограничения.

Однако его можно сократить, перебирая не кандидатов на число  $n$ , а множитель  $a$  перед  $l$  или множитель  $b$  перед  $m$ . Принципиально это не ускорит перебор, но сделает его кратно меньшим. Полный балл получит программа, которая перебирает  $a$  или  $b$  в зависимости от того, что больше,  $l$  или  $m$ : перебирать, конечно, лучше множитель у большего из этих двух чисел.

## Примечания

Вообще-то в изложенном разборе было несколько скупавлено о том, что нет хороших алгоритмов для нахождения  $n$ . Если рассмотреть соотношение в вводной части как уравнение относительно  $a$  и  $b$  при заданных  $l$  и  $m$ , то получим соотношение  $m \cdot b - l \cdot a = 2$  с целыми коэффициентами  $m$  и  $l$ . При этом нас интересуют только целые решения  $a$  и  $b$ . Такие уравнения называются *диофантовыми* в честь древнегреческого математика Диофанта Александрийского (примерно III в.д.н.э.), который на доступном ему уровне математики исследовал, в частности, такие уравнения. Соответственно, уже с тех пор существуют алгоритмы решения подобных уравнений, более рациональные, нежели прямолинейный перебор.

## Задача Е. Экономическая катастрофа

### Подзадача 1

В данной подзадаче из-за небольшого размера входных данных возможно получить ответ прямым моделированием экономической ситуации в королевстве. Моделирование можно осуществлять с шагом в один день или большими шагами по одному сезону. Во втором случае при обнаружении нарушения ограничений по ресурсам в конце сезона нужно определить день, когда нарушение произошло в первый раз.

Однако при больших входных данных моделирование может занять слишком много времени.

### Подзадача 2

Обозначим длительность года  $L = s + a + w + p$ .

В случае больших входных данных можно прогнозировать развитие ситуации. Например, если  $w > s$ , то расход свиней будет превосходить приход и, в конце концов, неизбежно возникнет дефицит свиней. За один год потеря свиней будет равна  $(w - s)$ , стало быть, зимой года с номером  $\lceil R/(w - s) \rceil$  запас свиней будет исчерпан. Это произойдет на зимний день, следующий за днём с номером  $R \bmod (w - s)$ . А всего до этого момента пройдёт  $L \cdot (\lceil R/(w - s) \rceil - 1) + s + a + R \bmod (w - s)$  дней. Также в этом случае следует проанализировать, что на склады не удастся разместить весь приплод, полученный за первое лето, то есть проверить неравенство  $s \leq R$ . В случае его нарушения, то есть если  $s > R$ , то на  $(R + 1)$  день лета первого года произойдет катастрофа.

Если же  $w < s$ , то есть если в течение года приход свиней превалирует над расходом, то экономическая катастрофа разразится из-за того, что будет переполнен скотный двор. Это произойдет летом в году с номером  $\lceil R/(s - w) \rceil$  в день, следующий за днём с номером  $R \bmod (s - w)$ . До этого момента пройдёт  $L \cdot (\lceil R/(s - w) \rceil - 1) + R \bmod (s - w)$ .

Наконец, если  $s = w$ , то в течение года приход свиней равен расходу, количество свиней в целом не изменяется, нужно только проверить, что не произойдет переполнения скотного двора первым же летом, то есть, что выполняется неравенство  $s \leq R$ . Если неравенство не выполняется, то катастрофы пройдёт  $R$  дней.

Аналогичный анализ производится для зерна.

В итоге, количество дней до экономической катастрофы есть минимум из всех просчитанных периодов.