

**Ключи и критерии оценивания
к заданиям муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
2024/2025 учебного года
9 класс**

1 задание (8 баллов):

В указанных единицах измерения для Пана, Цереры и Титана вычислите недостающие в таблице данные: массу M , радиус объекта R , а также ускорение свободного падения g на его поверхности:

Объект	M , кг	R , км	g , м/с
Пан, спутник Сатурна		13	$1.942 \cdot 10^{-3}$
Церера, карликовая планета	$9.39 \cdot 10^{20}$		0.280
Титан, спутник Сатурна	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	

Справочные данные:

Гравитационная постоянная – $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$.

Решение:

Ускорение свободного падения связано с массой M и расстоянием до притягивающего тела следующим соотношением:

$$g = G \frac{M}{(R + h)^2} = G \frac{M}{R^2},$$

где G – гравитационная постоянная. На поверхности тела высота $h = 0$, и в знаменателе формулы остается радиус R объекта. Выражая из неё массу и радиус тела, получаем следующее:

$$M = \frac{gR^2}{G}; R = \sqrt{G \frac{M}{g}},$$

Подставляя имеющиеся данные и значение гравитационной постоянной G , получаем недостающие:

Объект	M , кг	R , км	g , м/с
Пан, спутник Сатурна	$4.92 \cdot 10^{15}$	13	$1.942 \cdot 10^{-3}$
Церера, карликовая планета	$9.39 \cdot 10^{20}$	473	0.280
Титан, спутник Сатурна	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.358

Оценивание:

2 балла – Присутствует выражение, связывающее ускорение свободного падения с массой притягивающего тела и расстоянием до него.

6 баллов – Недостающие в таблице данные вычислены верно и приведены в указанных для них единицах измерения. Выставляется по 1 баллу за каждое правильное значение и ещё по 1 баллу за его выражение в соответствующих единицах измерения.

2 задание (8 баллов):

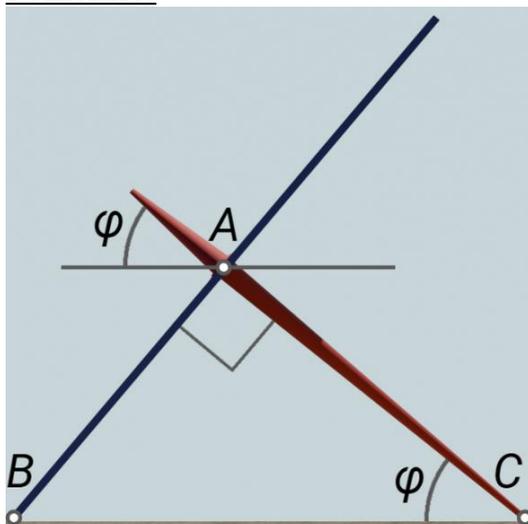
Школьник нашел в сети Интернет модель экваториальных солнечных часов для печати на 3D принтере. Возможно, ему придется их модифицировать в соответствии со своим местоположением. Определите, для какой широты подходят солнечные часы на изображениях ниже.

В экваториальных солнечных часах часовые деления нанесены на кадране из его центра через равные угловые промежутки. Его плоскость размещается в плоскости небесного экватора. Из центра кадрана перпендикулярно ему располагается стержень-гномон, который при освещении Солнцем отбрасывает тень на циферблате, указывая истинное солнечное время. Часы устанавливаются на горизонтальную поверхность.



Слева – тень указывает истинное солнечное время. Справа – вид на солнечные часы сбоку.

Решение:



Рассмотрим небесную сферу (вид сбоку на солнечные часы приходится на небесный меридиан) в точке пересечения кадрана и гномона. Гномон, перпендикулярный плоскости кадрана, т. е. плоскости небесного экватора, совпадает с осью мира, его острие указывает на полюс мира (северный или южный в зависимости от полушария, в котором используются часы).

Плоскость математического горизонта параллельна горизонтальной поверхности. Высота полюса мира соответствует широте места наблюдения φ ,

этот угол равен тому, что образован гномоном и горизонтальной поверхностью (соответственные углы при пересечении параллельных прямых секущей).

Данный угол можно непосредственно измерить транспортиром, он равен 40° , соответственно $\varphi = \pm 40^\circ$ (40° с. ш. и 40° ю. ш.). Также он может быть вычислен через отношение сторон в прямоугольном треугольнике ABC с использованием обратной тригонометрической функции, например:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{AB}{AC}.$$

Оценивание:

6 баллов – Определена широта места наблюдения, для которой предназначены солнечные часы, с точностью $\pm 3^\circ$. 4 балла выставляется, если она определена с меньшей точностью в $\pm 5^\circ$.

2 балла – Учтено, что широта может быть северной и южной.

3 задание (8 баллов):

Средняя плотность тёмных облаков, из которых могут формироваться звезды, составляет $\rho = 7 \cdot 10^{-20} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Диаметр тёмных облаков варьируется от $1,65 \cdot 10^5$ а. е. до $4,13 \cdot 10^7$ а. е. Определите, сколько звезд, похожих на Солнце, может образоваться из самого маленького тёмного облака, если только из 1% массы вещества образуются звезды.

Справочные данные:

Масса Солнца – $1,989 \cdot 10^{30}$ кг.

Астрономическая единица – 1 а. е. = $1,496 \cdot 10^{11}$ м.

Решение:

Самые маленькие тёмные облака обладают диаметром $1,65 \cdot 10^5$ а. е. Тогда объем тёмного облака составляет:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = 7,875 \cdot 10^{54} \text{ см}^3.$$

Масса тёмного облака связана с его объемом и плотностью следующим образом:

$$M = \rho V = \frac{1}{6} \rho \pi D^3 = 5,512 \cdot 10^{35} \text{ г.}$$

При этом только из 1% массы будут образовываться звезды:

$$\begin{aligned} m = M\eta &= \frac{1}{6} \rho \pi D^3 \eta = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 7 \cdot 10^{-20} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot (1,65 \cdot 10^5 \cdot 1,496 \cdot 10^{13} \text{ см})^3 \cdot 0,01 \\ &= 5,512 \cdot 10^{33} \text{ г.} \end{aligned}$$

Тогда из наименьшего по размерам тёмного облака может образоваться 2 звезды, похожие на Солнце:

$$N = \frac{m}{M_{\odot}} = \frac{5.512 \cdot 10^{33} \text{ г}}{1.989 \cdot 10^{33} \text{ г}} = 2.8 \approx 2.$$

Округление осуществляется в меньшую сторону, поскольку из оставшегося вещества сформировать звезду, похожую на Солнце, уже не получится.

Оценивание:

2 балла – Присутствует выражение для расчета объема шара через его радиус или диаметр.

2 балла – Масса облака связана с его объемом и плотностью.

1 балл – Учтено, что звёзды образуются из 1% массы вещества облака.

1 балл – Приведено выражение для вычисления количества формирующихся звёзд через массу одной звезды и массу перерабатываемого вещества (с учётом или без учёта η).

2 балла – Верно вычислено количество похожих на Солнце звёзд, которое может сформироваться из данного облака ($N = 2$). Если ответ дан в виде дробного числа ($N = 2.8$), либо его округление осуществлено в большую сторону ($N = 3$), выставляется 1 балл.

4 задание (8 баллов):

Угловой размер М57 (туманность Кольцо) составляет $2'$. Телескоп с диаметром объектива 120 мм формирует изображение М57 в фокальной плоскости, размер которого 0.291 мм. При наблюдении с некоторым окуляром он дает равнозрачковое увеличение. Определите фокусные расстояния объектива и окуляра. Вычислите, на каком расстоянии располагается данный окуляр от объектива, если в телескопе используется оптическая схема Кеплера. Средний диаметр зрачка человеческого глаза в темноте равен 6 мм.

Решение:

Диаметр изображения d связан с фокусным расстоянием объектива $F_{об}$ следующим соотношением:

$$d = F_{об} \operatorname{tg} \alpha \approx F_{об} \alpha,$$

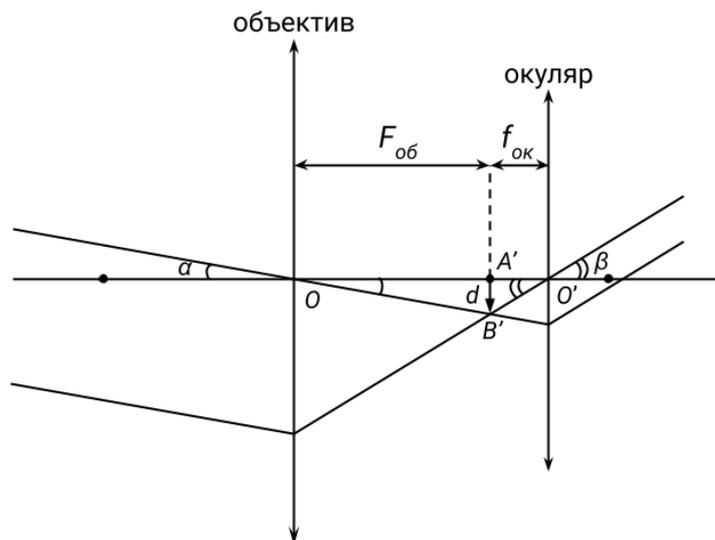
где α – угловой размер объекта, в приближенной формуле выраженный в радианной мере.

Выражая $F_{об} = d / (\operatorname{tg} \alpha)$ и подставляя угловой размер М57 и размер её изображения, получаем $F_{об} = 500$ мм.

Увеличение телескопа равно отношению угловых размеров изображения и объекта, а также отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра:

$$W = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{F_{об}}{f_{ок}}.$$

И с данным окуляром оно равно равнозрачковому увеличению: $W_{равн} = D / (6 \text{ мм}) = 20$, здесь $[D] = \text{мм}$. Поэтому $F_{об} / f_{ок} = W_{равн}$, а $f_{ок} = F_{об} / W_{равн}$. Откуда $f_{ок} = 25$ мм.



В оптической схеме Кеплера две собирающие линзы размещаются таким образом, что задний главный фокус объектива совмещается с передним главным фокусом окуляра. Так, расстояние l между объективом и окуляром равно:

$$l = F_{об} + f_{ок} = 1025 \text{ мм.}$$

Оценивание:

2 балла – Фокусное расстояние объектива посчитано верно. 1 балл ставится за присутствие только выражения для его вычисления через размер изображения и угловой размер объекта.

2 балла – Верно определено увеличение телескопа при использовании окуляра. Если присутствует только выражение для равнозрачкового увеличения, за него выставляется 1 балл.

2 балла – Фокусное расстояние окуляра вычислено верно. Если приведено только выражение для связи увеличения с фокусными расстояниями, за него ставится 1 балл.

2 балла – Верно вычислено расстояние между объективом и окуляром. Если присутствует только формула или рисунок, демонстрирующие понимание принципа размещения окуляра в телескопе системы Кеплера, выставляется 1 балл.

5 задание (8 баллов):

Укажите, являются ли приведенные утверждения верными или ошибочными. Ответ обязательно поясните.

- 1) Особенностью азимутальной монтировки является возможность с её помощью компенсировать суточное вращение объекта по небу за счет корректировки только по одной оси.
- 2) На земном экваторе видны созвездия Малая медведица и Южный крест.
- 3) Если путник из некоторой точки на экваторе пойдет 5000 км на восток, затем столько же на север, далее 5000 км на запад, и, наконец, 5000 км на юг, то он вернется в исходную точку.

4) Смена фаз Луны происходит вследствие того, что тень от Земли падает на Луну.

Решение:

1-утверждение ошибочное. *Описанная особенность характерна для экваториальной монтировки. Для компенсации суточного вращения на азимутальной монтировке потребуется корректировка по двум осям.*

Азимутальная монтировка позволяет регулировать телескоп вокруг двух перпендикулярных осей: вертикальной (по высоте) и горизонтальной (по азимуту). Экваториальная – вокруг полярной оси (по прямому восхождению) и оси склонений.

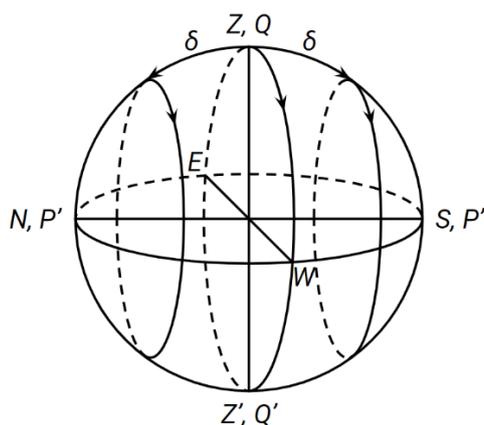
Суточное вращение небесной сферы приводит к изменению прямого восхождения объекта, сохраняя склонение. Так, меняется одна из экваториальных координат. В то же время горизонтальные координаты меняются обе (азимут, высота).

Поэтому для следования за вращением небесной сферы при использовании азимутальной монтировки необходима корректировка по двум осям. В то время как телескоп на экваториальной нужно поворачивать только относительно полярной оси.

2-утверждение верное. *На земном экваторе наблюдаются все созвездия.*

Невосходящими звёздами в северных широтах являются те, склонения которых $\delta < -90^\circ + \varphi$. В южных широтах – со склонениями $\delta > 90^\circ + \varphi$. Формулы говорят о том, что при подстановке $\varphi = 0$ не существует звёзд, которые не восходят, т. е. там наблюдаются северное и южное полушарие неба полностью.

Небесная сфера для экваториальной широты приведена на рисунке ниже. Высота полюса мира над горизонтом равна широте места наблюдения $h_p = \varphi = 0$.

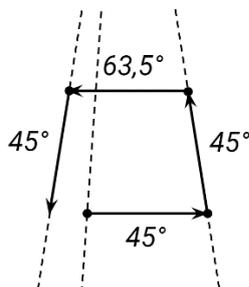


Небесный экватор, а также круги склонений перпендикулярны математическому горизонту и пересекают его.

3-утверждение ошибочное. *Длины параллелей отличаются. Северная параллель, по которой путник шел на запад, короче экватора, по которому он перемещался на восток. В результате он оказался на другом меридиане,*

западнее того, с которого отправлялся в путь.

Схема движения путника приведена на рисунке:



Путь на север и юг проходит вдоль меридиана. Дуги, описываемые путником при таком смещении, совпадают, поэтому в результате он вернется на исходную параллель, на экватор. Так, полагая длину меридиана 20000 км на 180° , получаем дугу, проходимую путником вдоль каждого, равную 45° . Аналогично для экватора при его длине в 40000 км на 360° путник проходит на восток 45° . А вот дуга параллели на широте $\varphi = 45^\circ$, пройденная на запад, больше (малый круг на шаре). Длина данной параллели равна $C = 2\pi r$, где r – радиус параллели, который вычисляется по формуле $r = R_{\oplus} \cos \varphi$. Таким образом, длина параллели составит 28337 км, 5000 км от которой соответствуют $63,5^\circ$.

4-утверждение ошибочное. Смена фаз Луны происходит из-за того, что при вращении Луны вокруг Земли направление взгляда наблюдателя с Земли на неё меняется. При этом он видит больше или меньше освещаемой Солнцем части.

Явление, при котором Луна попадает в тень Земли, то есть когда Земля становится препятствием на пути распространяющихся от Солнца лучей, называется лунным затмением. Лунное затмение происходит в фазу полнолуния. Луна располагается от Солнца дальше, чем Земля. Накануне лунного затмения видимая с Земли сторона Луны полностью освещена Солнцем.

Оценивание:

4 балла – Правильно определено, является ли утверждение верным или ошибочным. Выставляется по 1 баллу за каждое.

4 балла – Разъяснено, в чем ошибочность утверждения, либо подтверждено, почему оно верное. Выставляется по 1 баллу за каждое. Пояснения участника могут быть более полными или очень краткими, но должны приводиться по существу вопроса, демонстрировать понимание сути явления. Объяснения могут быть словесными либо использовать рисунки или формулы.

6 задание (8 баллов):

Определите для указанных планет и их конфигураций, движутся они к востоку или к западу на небе Земли вследствие орбитального вращения вокруг Солнца. Полагая орбиты планет круговыми и лежащими в одной плоскости,

вычислите для данных моментов времени линейные скорости планет относительно Земли (в км/с) и их геоцентрические угловые скорости на небе (в угловых минутах в день):

- 1) Меркурий, нижнее соединение
- 2) Венера, верхнее соединение
- 3) Юпитер, соединение
- 4) Марс, противостояние

Справочные данные:

Радиус орбиты Меркурия – $57.9 \cdot 10^6$ км.

Радиус орбиты Венеры – $108.2 \cdot 10^6$ км.

Радиус орбиты Юпитера – $778.3 \cdot 10^6$ км.

Радиус орбиты Марса – $227.9 \cdot 10^6$ км.

Астрономическая единица – $1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11}$ м.

Орбитальный период Земли – 365.26 сут.

Орбитальный период Меркурия – 87.97 сут.

Орбитальный период Венеры – 224.70 сут.

Орбитальный период Юпитера – 11.862 лет.

Орбитальный период Марса – 686.98 сут.

Гравитационная постоянная – $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$.

Масса Солнца – $M_{\odot} = 1.989 \cdot 10^{30}$ кг.

Средняя орбитальная скорость Земли – $v_{\oplus} = 29.8$ км/с.

Решение:

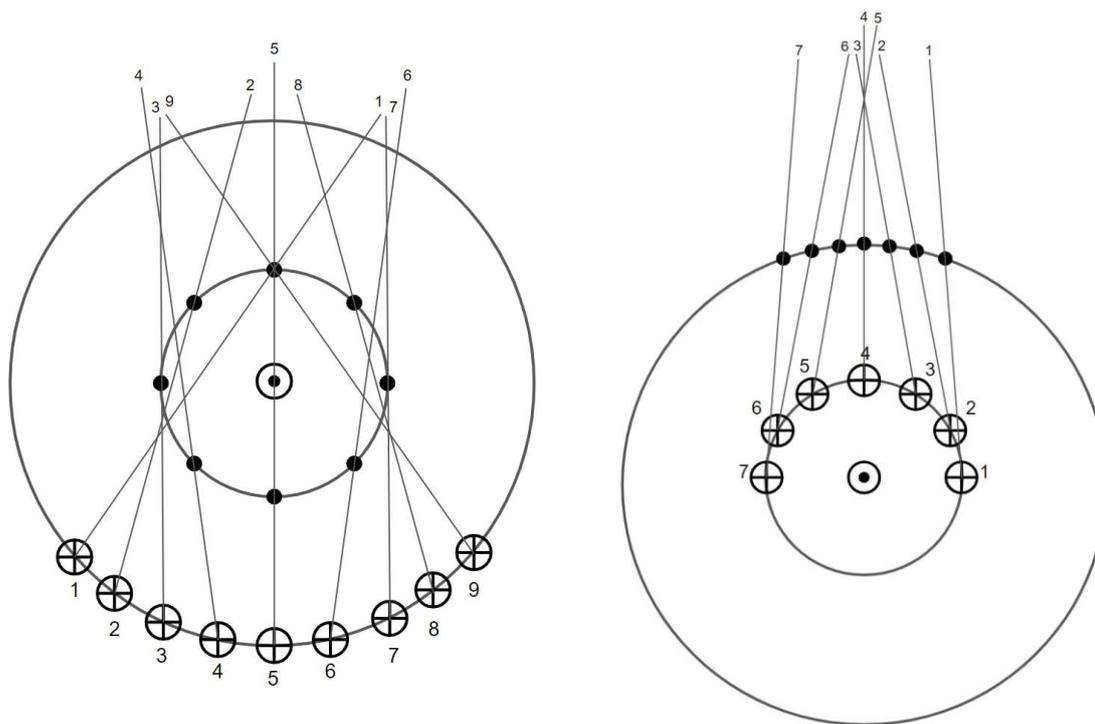
Меркурий и Венера являются внутренними планетами, для них вблизи верхнего соединения характерно прямое движение, т. е. с запада на восток, на земном небе, как и перемещение Солнца по эклиптике. Обратное движение, т. е. с востока на запад, они демонстрируют вблизи нижнего соединения.

Марс и Юпитер являются внешними планетами, их движение прямое вблизи соединения и обратное вблизи противостояния.

Так, вследствие орбитального вращения указанные объекты перемещаются на небе Земли в следующих направлениях:

- 1) Меркурий, к западу
- 2) Венера, к востоку
- 3) Юпитер, к востоку
- 4) Марс, к западу

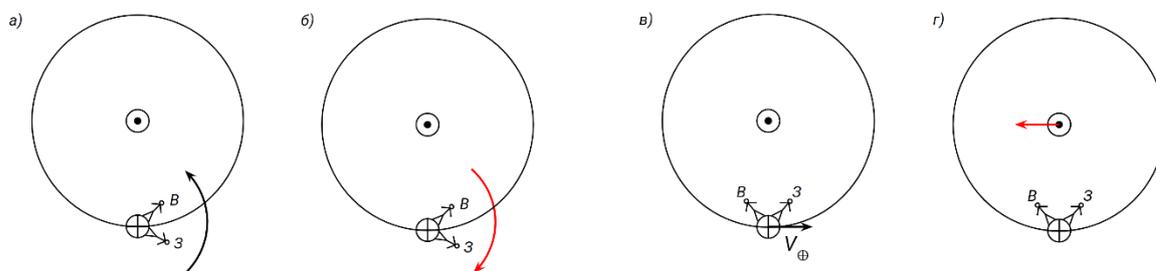
Планеты при движении по небу меняют свое направление движения среди звёзд по той причине, что более близкие к Солнцу планеты имеют более высокую скорость, чем более далекие. На рисунках ниже показано, как меняется направление на планету с Земли с течением времени при учете различия проходимого планетами пути. Соответствующие ходу времени положения планет и направления показаны точками и цифрами.



Слева – с Земли наблюдается внутренняя планета, она демонстрирует обратное движение вблизи нижнего соединения (4,5,6). Справа – с Земли наблюдается внешняя планета, она движется в обратном направлении вблизи противостояния (3,4,5). Прямое и обратное движения чередуются: сначала перемещение происходит по дуге в одном направлении, затем обратно и т.д.

В реальности из-за несовпадения наклона плоскостей орбит планеты в моменты обратного движения описывают не дуги, но петельки.

Солнце движется по земному небу от восточной стороны горизонта к западной вследствие вращения Земли вокруг оси. Если изображать (рисунок а)) Солнце и вращающуюся вокруг него Землю при взгляде с северного полюса эклиптики, оборот происходит против часовой стрелки. Мы называем восточной ту сторону, которая в первую очередь освещается Солнцем. Соответственно, на рисунке а) и далее показаны восток и запад. В системе отсчета, связанной с Землей (Земля неподвижна, рисунок б)) наблюдатель будет замечать движение небесной сферы в противоположном направлении, т. е. по часовой стрелке.



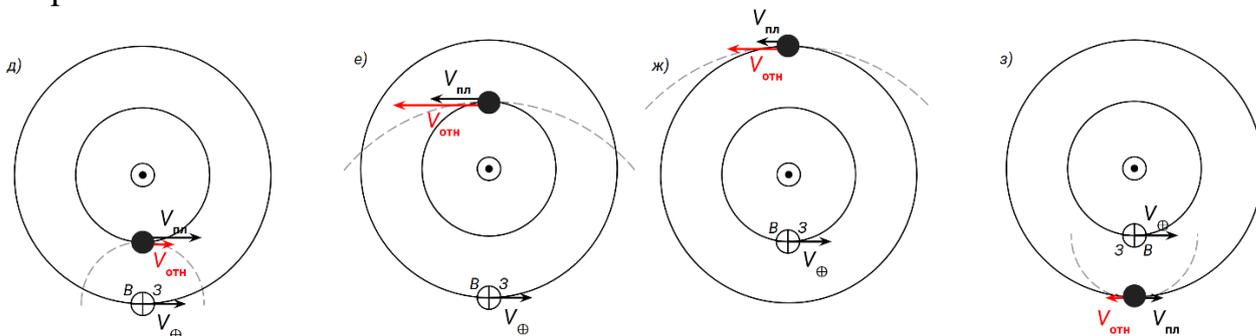
Годичное движение Земли происходит также против часовой стрелки, оно показано на рисунке в) вектором её скорости по орбите. В системе отсчета, связанной с Землей (рисунок г)), Солнце приобретает противоположный вектор скорости, что приводит к годичному движению Солнца по эклиптике с запада на

восток. Аналогичное этому наблюдаемое на небе движение планет называется прямым.

Смещение планеты по небу зависит от вектора линейной скорости планеты относительно Земли ($\vec{v}_{отн}$):

$$\vec{v}_{отн} = \vec{v}_{пл} - \vec{v}_{\oplus}.$$

На рисунках д)–з) ниже изображены ситуации для планет и их конфигураций из условия задачи. Так, на рисунке д) показан направленный вправо вектор скорости Земли (\vec{v}_{\oplus}), туда же направлен вектор большей скорости Меркурия в нижнем соединении ($\vec{v}_{пл}$). Меркурий обгоняет Землю, поэтому относительно Земли его скорость ($\vec{v}_{отн}$) на рисунке также направлена вправо, это соответствует его движению на запад (обратное). Аналогично остальные рисунки поясняют, в какую сторону горизонта движется та или иная планета в рассматриваемые моменты времени, и куда направлен вектор их относительной скорости.



д) – Меркурий в нижнем соединении. е) – Венера в верхнем соединении. ж) – Юпитер в соединении. з) – Марс в противостоянии.

Линейные скорости обращения Земли и планет по орбите могут быть получены, например, из формулы первой космической скорости либо выражения для круговой скорости через связь с длиной орбиты и орбитальным периодом T :

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}} = \frac{2\pi r}{T},$$

где G – гравитационная постоянная, r – радиус орбиты, M – масса Солнца. Для Земли линейная скорость равна $v_{\oplus} = 30$ км/с.

Относительные линейные скорости планет находятся как длины соответствующих векторов и приведены в таблице ниже.

Определим теперь геоцентрическую угловую скорость планеты на небе (в радианах в единицу времени):

$$\omega_{отн} = \frac{v_{отн}}{r_{отн}},$$

где $r_{отн}$ – расстояние от Земли до планеты в указанный момент времени (относительное расстояние). Как оно соотносится с радиусами орбит, видно на рисунках, и для каждого случая значение приведено в таблице с промежуточными и итоговыми данными:

Планета	v , км/с	$v_{\text{отн}}$, км/с	$r_{\text{отн}}$, млн. км	$\omega_{\text{отн}}$, '/день
Меркурий	48	$18 = 48 - 30$	$91.7 = 149.6 - 57.9$	-58.3
Венера	35	$65 = 35 + 30$	$257.8 = 149.6 + 108.2$	74.9
Юпитер	13	$43 = 13 + 30$	$927.9 = 149.6 + 778.3$	13.8
Марс	24	$6 = 30 - 24$	$78.3 = 227.9 - 149.6$	-22.8

Геоцентрическая угловая скорость в таблице положительна в случае прямого движения планеты на небе (к востоку) и отрицательна для обратного движения (к западу).

Оценивание:

2 балла – Верно указано направление движения планет на небе, к западному горизонту или восточному (1 балл за обе внутренние планеты, 1 балл за обе внешние). 1 балл, если верно сказано, в каких конфигурациях внутренних и внешних планет происходит их прямое движение по небу или обратное, без определения либо с ошибкой, на восток или на запад оно осуществляется.

1 балл – Линейная скорость планеты относительно Земли связана с орбитальными скоростями Земли и планеты.

2 балла – Относительные линейные скорости данных планет в указанные моменты вычислены верно и выражены в км/с. В ином случае можно получить 1 балл за выполнение какого-то одного из следующих условий:

- вычисления верны, но ответ дан в других единицах измерения,
- верно найдена орбитальная скорость хотя бы одной из четырёх планет (т.е. Земля в их число не входит),
- для каждой из четырёх планет присутствует выражение (не имеет значения, буквенное или числовое) для относительной линейной скорости планеты, полученное как длина соответствующего вектора.

1 балл – Угловая скорость объекта связана с его линейной скоростью и с расстоянием до него от оси вращения.

2 балла – Геоцентрические угловые скорости планет на небе вычислены верно и выражены в '/день (проверяется совпадение по модулю). В ином случае можно получить 1 балл за выполнение какого-то одного из следующих условий:

- вычисления верны, но ответ дан в других единицах измерения,
- верно найдено относительное расстояние хотя бы одной из четырёх планет.