

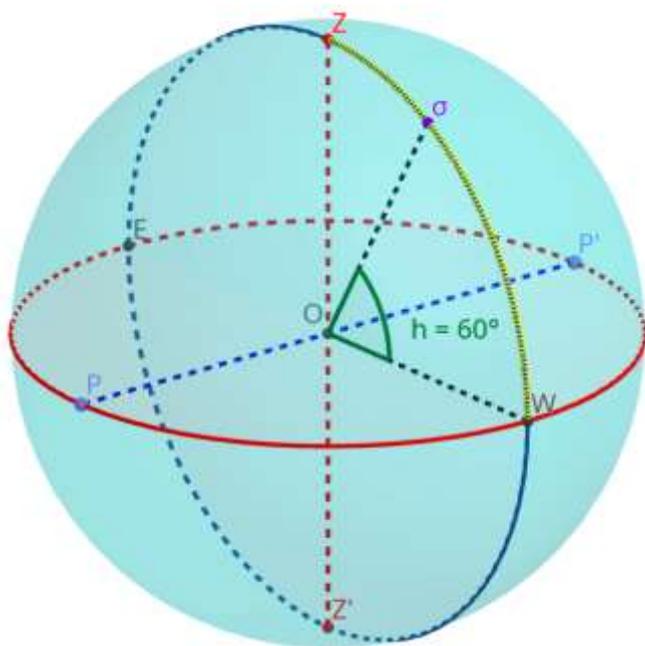
**Ключи и критерии оценивания
к заданиям муниципального этапа
Всероссийской олимпиады по астрономии
2024-2025 учебного года
10 класс**

1 задание: Такая прямая (8 баллов)

Спутник, видимый на небе, быстро пролетев прямо через зенит, покрыл некоторую звезду на высоте 60° и скрылся за горизонтом ровно в точке запада.

Определите прямое восхождение и склонение этой звезды с точностью до целых градусов, если наблюдение происходило на экваторе в полночь в момент осеннего равноденствия.

Решение:



Коль скоро наблюдатель находится на экваторе, то ось мира PP' лежит в плоскости математического горизонта (на рисунке красная), а отвесная линия ZZ' лежит в плоскости небесного экватора (на рисунке синяя).

Т. к. спутник пролетел через точки Z и точку запада W (желтая траектория), он пролетел перпендикулярно горизонту, по первому вертикалу. Звезда σ , соответственно, тоже оказывается на первом вертикале.

В случае наблюдений на экваторе первый вертикал совпадает с плоскостью небесного экватора. Все точки, лежащие на экваторе, имеют нулевое склонение. Следовательно, $\delta = 0^\circ$.

В истинную полночь, когда часовой угол Солнца $t_\odot = 12^h$ в момент равноденствий Солнце находится здесь прямо в надире. Конкретно в осеннее равноденствие прямое восхождение Солнца $\alpha_\odot = 12^h$, поэтому местное звездное время $s = t_\odot + \alpha_\odot = 0^h$, и точка весеннего равноденствия γ , чей часовой угол как раз равен звездному времени, совпадает с верхней точкой экватора Q и точкой зенита Z .

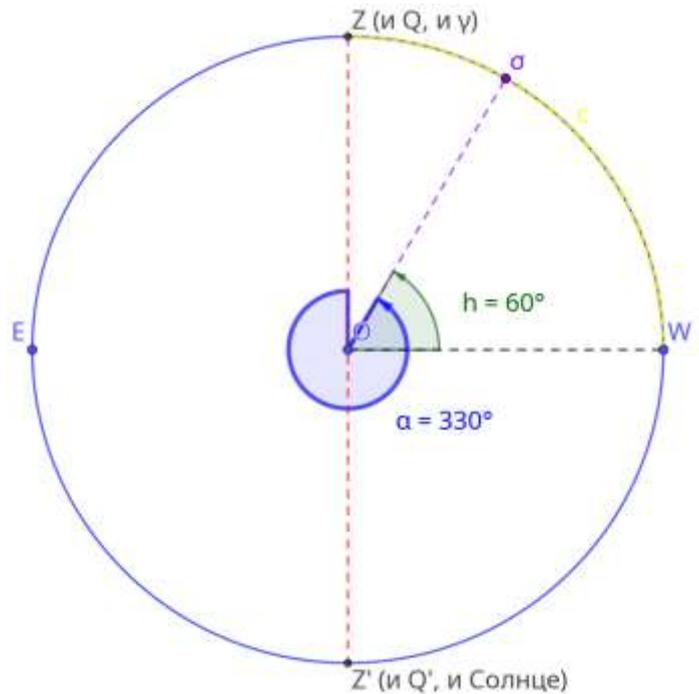
Прямое восхождение звезды σ отсчитывается в той же плоскости экватора, от точки γ против часовой стрелки, если смотреть из точки P .

Т. к. зенитное расстояние звезды $\cap Z\sigma = 30^\circ = 4^h$ в данном случае

является частью небесного экватора, прямое восхождение звезды $\alpha = \cap \gamma EZ'W\sigma = 24^h - 2^h = 22^h$.

Ответ:

$$\alpha = 330^\circ = 22^h; \delta = 0^\circ.$$



Оценивание:

№	Критерий	Баллы
1	Сказано устно либо отражено на рисунке, что видимая траектория спутника совпадает с первым вертикалом (необязательно должно звучать "первый вертикал")	1
2	Анализ места наблюдения: первый вертикал совпадает с небесным экватором	1
3	Сделан явный вывод о том, что спутник движется быстро, и вращением Земли (звездного неба для наблюдателя) можно пренебречь	1
4	Правильное определение склонения звезды	2
5	Правильное определение прямого восхождения Солнца на дату для определения звездного времени	1
6	Корректное определение прямого восхождения звезды	2
	Перепутано направление отсчета прямого восхождения (в ответе 2 часа)	1

2 задание: И разглядеть всё легче (8 баллов)

Угловой размер М57 (туманность Кольцо) составляет $2'$. Телескоп с диаметром объектива 120 мм формирует изображение М57 в фокальной плоскости, размер которого 0.582 мм. При наблюдении с некоторым окуляром он дает равнозрачковое увеличение. Определите фокусные расстояния объектива и окуляра. Вычислите, на каком расстоянии располагается данный окуляр от объектива. Задний фокус объектива совмещен с передним фокусом окуляра. Диаметр зрачка наблюдателя 6 мм.

Решение:

Диаметр изображения d связан с фокусным расстоянием объектива $F_{об}$ следующим соотношением:

$$d = F_{об} \operatorname{tg} \alpha \approx F_{об} \alpha,$$

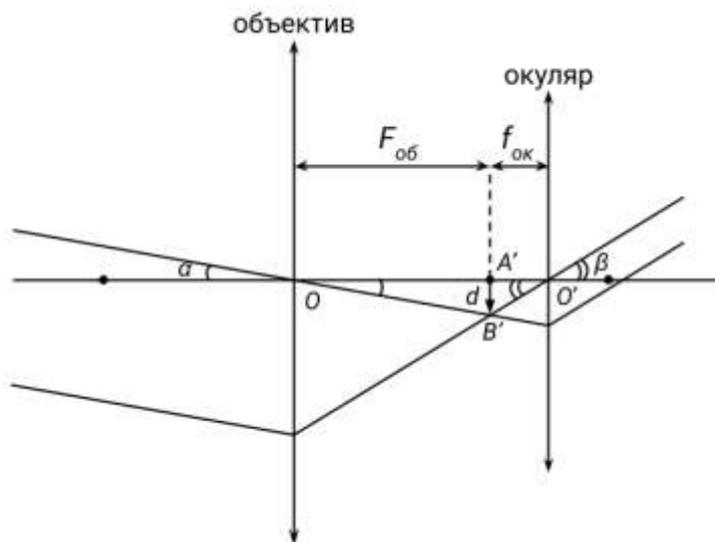
где α – угловой размер объекта в радианах.

Выражая $F_{об} = d / (\operatorname{tg} \alpha)$ и подставляя угловой размер М57 и размер её изображения, получаем $F_{об} = 1000$ мм.

Увеличение телескопа равно отношению угловых размеров изображения и объекта, а также отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра:

$$W = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{F_{об}}{f_{ок}}.$$

И с данным окуляром оно равно равнозрачковому увеличению: $W_{равн} = D / (6 \text{ мм}) = 20$, здесь $[D] = \text{мм}$. Поэтому $F_{об} / f_{ок} = W_{равн}$, а $f_{ок} = F_{об} / W_{равн}$. Откуда $f_{ок} = 50$ мм.



Так как собирающие линзы размещаются таким образом, что задний главный фокус объектива совмещается с передним главным фокусом окуляра, расстояние l между объективом и окуляром равно:

$$l = F_{об} + f_{ок} = 1050 \text{ мм.}$$

Ответ:

$$F_{об} = 1000 \text{ мм, } f_{ок} = 50 \text{ мм, } l = 1050 \text{ мм.}$$

Оценивание:

№	Критерий	Баллы
1	Фокусное расстояние объектива посчитано верно	2
	Присутствует только выражение для его вычисления через размер изображения и угловой размер объекта	1
2	Верно определено увеличение телескопа при использовании окуляра	2
	Присутствует только выражение для равнозрачкового увеличения	1
3	Фокусное расстояние окуляра вычислено верно	2
	Приведено только выражение для связи увеличения с фокусными расстояниями	1
4	Верно вычислено расстояние между объективом и окуляром	2
	Присутствуют только корректные формула или рисунок, демонстрирующие понимание принципа размещения окуляра в телескопе	1

3 задание: Путешествие к Трисолярису (8 баллов)

Межзвездный корабль летит от Солнца до Проксимы Центавра. Корабельный астрофизик в середине пути, когда скорость корабля была направлена точно от Солнца к Проксиме, заметил интересное явление: длина волны, на которую пришелся максимум излучения от Проксимы, стала такой же, как длина волны максимума излучения от Солнца для неподвижного наблюдателя: 0.55 мкм.

Почему это произошло? С какой максимальной скоростью двигался корабль? Ответ дайте в долях от скорости света и запишите обыкновенной дробью.

Исходный максимум излучения Проксимы приходился на длину волны 0.95 мкм. Релятивистскими эффектами пренебрегите.

Решение:

Смещение видимой длины волны происходит из-за эффекта Доплера: длина волны максимума излучения Проксимы уменьшается из-за того, что корабль приближается к ней с некоторой скоростью v .

Если для неподвижного наблюдателя излучение имеет длину волны λ_0 , то для наблюдателя, приближающегося к источнику излучения со скоростью v , оно будет иметь длину волны λ такую, что

$$\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$$

где c – скорость света.

Тогда, подставляя $\lambda = 950$ нм, $\lambda_0 = 550$ нм, получим

$$\frac{v}{c} = \frac{950 - 550}{950} = \frac{8}{19}$$

Ответ:

Из-за эффекта Доплера, 8/19.

Оценивание:

№	Критерий	Баллы
1	Сказано про причину явления – эффект Доплера	3
2	Записана формула для доплеровского смещения длин волн	3
3	Получен правильный численный ответ И Он записан обыкновенной дробью	2
	Получен правильный ответ И Он записан иным способом	1
	Получен неправильный ответ	0

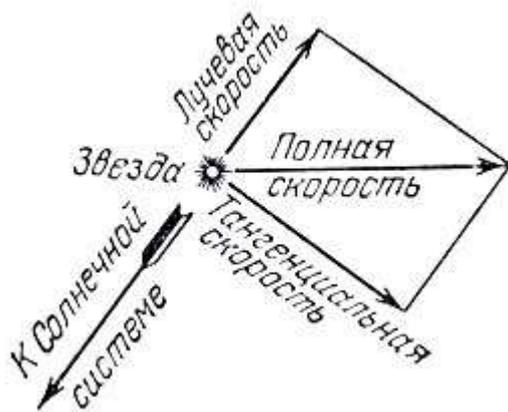
4 задание: Утиные истории (8 баллов)

Скопление Дикая Утка (расстояние 2.2 кпк, лучевая гелиоцентрическая скорость 36 км/с), ярчайшее скопление в созвездии Щита, за тысячу лет сдвигается по небесной сфере на 4.45".

А за сколько минут это скопление как целое переместится в пространстве на 1 световую секунду относительно Солнца? Ответ представьте с точностью до целых. Скорость света равна 300 000 км/с, $1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^8 \text{ км}$

Решение:

Путь скопления $l = 1$ световая секунда = 300 000 км. Чтобы найти время t , за которое скопление как целое переместится на это расстояние относительно Солнца, нужно определить его полную пространственную гелиоцентрическую скорость v . Формула будет аналогичной таковой для одной-единственной звезды:



$$v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2},$$

$v_r = 36$ км/с – лучевая скорость скопления, тангенциальная скорость v_t может быть определена из полного собственного движения

$\mu = 4.45''/(1000 \text{ лет}) = 0.00445''/\text{год}$, и расстояния до скопления $r = 2200$ пк.

Из определения парсека, 1 а.е. на расстоянии 1 пк имеет угловой размер 1". Значит, угловая скорость 1"/год для источника, удаленного на 1 пк, соответствует линейной скорости

$$1 \text{ а. е./год} \approx 4.74 \text{ км/с.}$$

Получаем следующую формулу:

$$v_t = 4.74 \frac{\text{км/с}}{\text{пк} \cdot (''/\text{год})} \cdot \mu \cdot r.$$

Собираем две формулы в итоговое выражение и получаем скорость скопления:

$$v = \sqrt{v_r^2 + (4.74\mu r)^2} = \sqrt{(36)^2 + (4.74 \cdot 0.00445 \cdot 2200)^2} = 59 \text{ км/с,}$$

Время прохождения скоплением одной световой секунды:

$$t = l/v = 300\,000 \text{ км}/(59 \text{ км/с}) \approx 5085 \text{ секунд} = 85 \text{ минут.}$$

Ответ:

85 минут.

Оценивание:

№	Критерий	Баллы
1	Приведено правильное выражение для пространственной (полной) скорости через лучевую и тангенциальную скорость	3
2	Приведено правильное выражение для тангенциальной скорости через расстояние до скопления и его полное собственное движение	3
3	Получен итоговый ответ с ошибкой не более 1 минуты, приведен в целых минутах	2
	Получен итоговый ответ с ошибкой не более 1 минуты, приведен в нецелых минутах или других единицах	1
	Получен неправильный ответ	0

5 задание: Пыль (8 баллов)

По круговой орбите с радиусом 3 а.е. вокруг Солнца обращается небольшая абсолютно черная сферическая пылинка, равномерно прогреваясь солнечными лучами до термодинамического равновесия.

Пренебрегая любыми другими источниками энергии, кроме Солнца, определите эффективную температуру этой пылинки. Ответ выразите в целых кельвинах. Эффективная температура Солнца 5780 К, радиус Солнца 700 000 км.

Решение:

Пылинка приходит в термодинамическое равновесие тогда, когда поглощаемый пылинкой поток солнечной энергии $W_{\text{погл}}$ становится равен потоку энергии, излучаемому самой пылинкой $W_{\text{изл}}$:

$$W_{\text{погл}} = W_{\text{изл}}$$

Пусть пылинка имеет радиус r . Если в конечном итоге пылинка нагревается до эффективной температуры T , то полный поток излучения от пылинки найдется с помощью закона Стефана-Больцмана:

$$W_{\text{изл}} = S\sigma T^4 = 4\pi r^2 \sigma T^4,$$

S – площадь пылинки, $\pi \approx 3.1416$ – математическая константа, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ – постоянная Стефана-Больцмана.

Поглощаемый пылинкой поток солнечной энергии зависит от её сферического альбедо A (по условию пылинка абсолютно черная и $A = 0$) и падающего на пылинку потока $W_{\text{пад}}$, который в свою очередь зависит от плотности потока энергии J на заданном расстоянии $R = 3 \text{ а.е.} = 4.488 \cdot 10^8 \text{ км}$ и площади поперечного сечения пылинки πr^2 :

$$W_{\text{погл}} = (1 - A)W_{\text{пад}} = (1 - A)J\pi r^2$$

Плотность потока энергии от Солнца на расстоянии R можно найти из закона обратных квадратов и солнечной светимости L :

$$J = \frac{L}{4\pi R^2},$$

А солнечная светимость L , то есть полный поток от Солнца радиусом R_{\odot} и температурой T_{\odot} , найдется по тому же самому закону Стефана-Больцмана:

$$L = 4\pi r_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4.$$

Таким образом:

$$W_{\text{погл}} = (1 - A) \frac{L}{4\pi R^2} \pi r^2 = (1 - A) \sigma T_{\odot}^4 \frac{r_{\odot}^2}{R^2} \pi r^2,$$

Приравнивая с излучаемой энергией, увидим, что все неизвестные величины сократятся:

$$(1 - A) \sigma T_{\odot}^4 \frac{r_{\odot}^2}{R^2} \pi r^2 = 4\pi r^2 \sigma T^4,$$

$$(1 - A) \left(\frac{T_{\odot}}{T}\right)^4 = 4 \left(\frac{R}{r_{\odot}}\right)^2,$$

$$T = (1 - A)^{1/4} T_{\odot} \sqrt{\frac{r_{\odot}}{2R}}.$$

Подставляя приведенные данные, получим, что температура пылинки $T = 161 \text{ K}$.

Ответ:

$$T = 161 \text{ K}.$$

Возможная ошибка: считать, что свет на пылинку падает со всех сторон. Тогда в итоговой формуле будет отсутствовать коэффициент 2:

$$T = (1 - A)^{1/4} T_{\odot} \sqrt{\frac{r_{\odot}}{R}} = 228 \text{ K}.$$

Такой ответ оценивается на 1 балл меньше (см. ниже критерий 5)

Оценивание:

№	Критерий	Баллы
1	Сказано про то, что такое термодинамическое равновесие ИЛИ Сразу приведена формула "падающий поток = исходящему потоку энергии" с пояснениями	2
2	Приведена формула Стефана-Больцмана для потока излучаемой энергии через температуру тела и площадь его поверхности	2
3	Выражен излучаемый пылинкой поток энергии через её температуру и радиус	1
4	Выражен поглощаемый поток солнечной энергии через температуру и радиус Солнца и радиус орбиты пылинки. Если пылинка поглощает не диском, а полной сферой, за критерий 0, за остальные в случае попадания в точность	1
5	Приведена итоговая формула для температуры пылинки,	1

	зависящая только от входных величин	
6	Приведен итоговый ответ с точностью 2 К	1

6 задание: Крутятся далекие планеты (8 баллов):

Определите для указанных планет и их конфигураций, движутся они на восток или на запад на небе Земли вследствие орбитального вращения вокруг Солнца. Полагая орбиты планет круговыми и лежащими в одной плоскости, вычислите для данных моментов времени линейные скорости планет относительно Земли (в км/с) и их геоцентрические угловые скорости на небе (в угловых минутах в день):

- 1) Меркурий (орбитальный период 87.97 суток) , нижнее соединение
- 2) Венера (224.70 суток), верхнее соединение
- 3) Марс (686.98 суток), противостояние
- 4) Юпитер (11.862 лет), соединение

Орбитальный период Земли – 365.26 суток, солнечный гравитационный параметр $GM_{\odot} = 1.327 \cdot 10^{20} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$.

Решение:

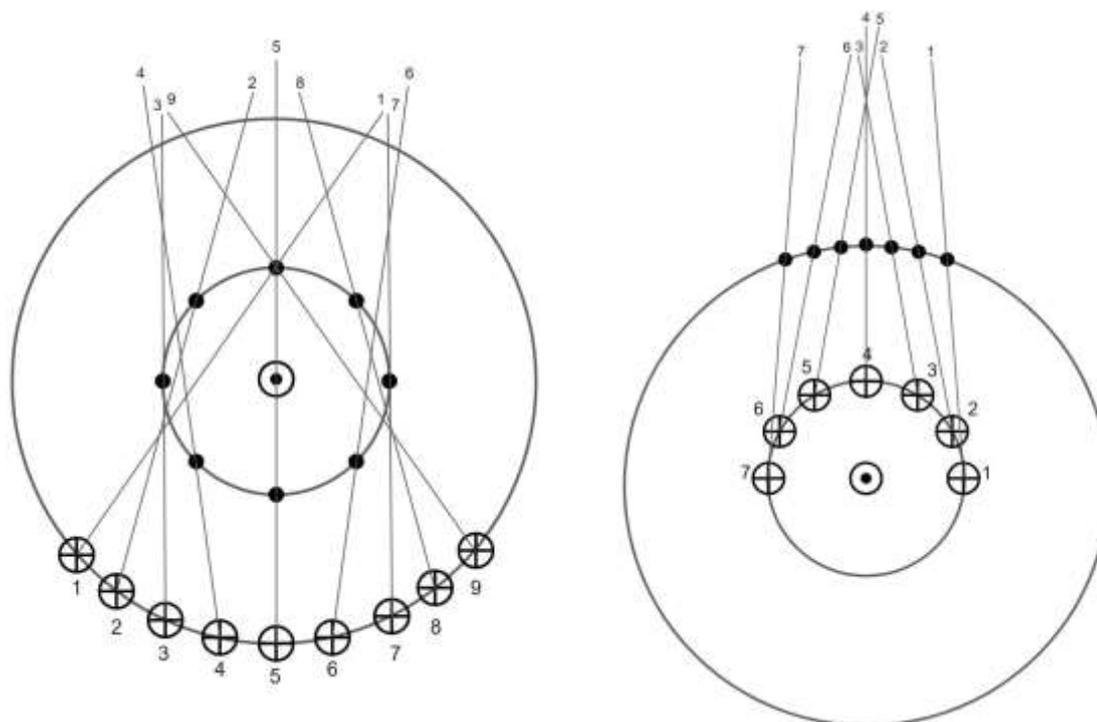
Меркурий и Венера являются внутренними планетами, для них вблизи верхнего соединения характерно прямое движение, т. е. с запада на восток, на земном небе, как и перемещение Солнца по эклиптике. Обратное движение, т. е. с востока на запад, они демонстрируют вблизи нижнего соединения.

Марс и Юпитер являются внешними планетами, их движение прямое вблизи соединения и обратное вблизи противостояния.

Так, вследствие орбитального вращения указанные объекты перемещаются на небе Земли в следующих направлениях:

- 1) Меркурий, на запад
- 2) Венера, на восток
- 3) Юпитер, на восток
- 4) Марс, на запад

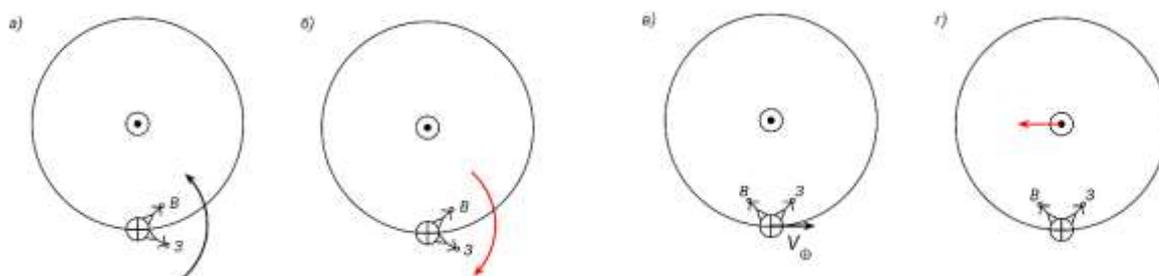
Планеты при движении по небу меняют свое направление движения среди звёзд по той причине, что более близкие к Солнцу планеты имеют более высокую скорость, чем более далекие. На рисунках ниже показано, как меняется направление на планету с Земли с течением времени при учете различия проходимого планетами пути. Соответствующие ходу времени положения планет и направления показаны точками и цифрами.



Слева – с Земли наблюдается внутренняя планета, она демонстрирует обратное движение вблизи нижнего соединения (4,5,6). Справа – с Земли наблюдается внешняя планета, она движется в обратном направлении вблизи противостояния (3,4,5). Прямое и обратное движения чередуются: сначала перемещение происходит по дуге в одном направлении, затем обратно и т.д.

В реальности из-за несовпадения наклона плоскостей орбит планеты в моменты обратного движения описывают не дуги, но петельки.

Солнце движется по земному небу от восточной стороны горизонта к западной вследствие вращения Земли вокруг оси. Если изображать (рисунок а)) Солнце и вращающуюся вокруг него Землю при взгляде с северного полюса эклиптики, оборот происходит против часовой стрелки. Мы называем восточной ту сторону, которая в первую очередь освещается Солнцем. Соответственно, на рисунке а) и далее показаны восток и запад. В системе отсчета, связанной с Землей (Земля неподвижна, рисунок б)) наблюдатель будет замечать движение небесной сферы в противоположном направлении, т. е. по часовой стрелке.



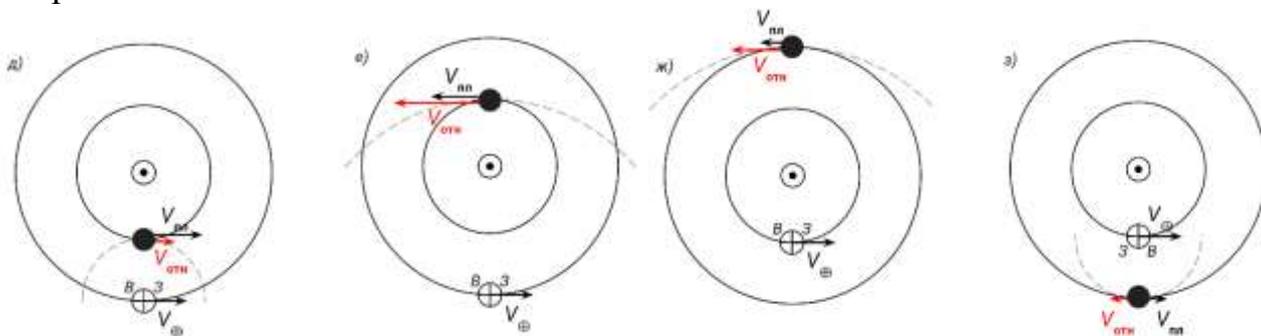
Годичное движение Земли происходит также против часовой стрелки, оно показано на рисунке в) вектором её скорости по орбите. В системе отсчета, связанной с Землей (рисунок г)), Солнце приобретает противоположный вектор скорости, что приводит к годичному движению Солнца по эклиптике с запада на

восток. Аналогичное этому наблюдаемое на небе движение планет называется прямым.

Смещение планеты по небу зависит от вектора линейной скорости планеты относительно Земли ($\vec{v}_{отн}$):

$$\vec{v}_{отн} = \vec{v}_{пл} - \vec{v}_{\oplus}.$$

На рисунках д)–з) ниже изображены ситуации для планет и их конфигураций из условия задачи. Так, на рисунке д) показан направленный вправо вектор скорости Земли (\vec{v}_{\oplus}), туда же направлен вектор большей скорости Меркурия в нижнем соединении ($\vec{v}_{пл}$). Меркурий обгоняет Землю, поэтому относительно Земли его скорость ($\vec{v}_{отн}$) на рисунке также направлена вправо, это соответствует его движению на запад (обратное). Аналогично остальные рисунки поясняют, в какую сторону горизонта движется та или иная планета в рассматриваемые моменты времени, и куда направлен вектор их относительной скорости.



д) – Меркурий в нижнем соединении. е) – Венера в верхнем соединении. ж) – Юпитер в соединении. з) – Марс в противостоянии.

Линейные скорости обращения Земли и планет по орбите могут быть получены, например, из формулы первой космической скорости либо выражения для круговой скорости через связь с длиной орбиты и орбитальным периодом T :

$$v = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r}} = \frac{2\pi r}{T},$$

где r – радиус орбиты. Его значение (в а.е.) можно определить из данных орбитальных периодов (выраженных в земных) с помощью "гармонии мира" Кеплера (частного случая третьего закона):

$$r[a.e.] = (T[год])^{2/3}$$

Для Земли линейная скорость равна $v_{\oplus} = 30 \text{ км/с}$.

Относительные линейные скорости планет находятся как длины соответствующих векторов и приведены в таблице ниже.

Определим теперь геоцентрическую угловую скорость планеты на небе (в радианах в единицу времени):

$$\omega_{отн} = \frac{v_{отн}}{r_{отн}},$$

где $r_{отн}$ – расстояние от Земли до планеты в указанный момент времени. Как оно соотносится с радиусами орбит, видно на рисунках и для каждого случая

описано в таблице с промежуточными и итоговыми данными:

Планета	$v, \text{ км/с}$	$v_{\text{отн}}, \text{ км/с}$	$r_{\text{отн}}, \text{ млн. км}$	$\omega_{\text{отн}}, \text{ '}/\text{день}$
Меркурий	48	$18 = 48-30$	91.7	58.3
Венера	35	$65 = 35+30$	257.8	74.9
Юпитер	13	$43 = 13+30$	927.9	13.8
Марс	24	$6 = 30-24$	78.3	22.8

Оценивание:

№	Критерий	Баллы
1	Верно указано направление движения планет на небе, к западному горизонту или восточному (1 балл за обе внутренние планеты + 1 балл за обе внешние ИЛИ 1 балл за одну внутреннюю и одну внешнюю)	2
	Верно сказано, в каких конфигурациях внутренних и внешних планет происходит их прямое движение по небу или обратное, без определения либо с ошибкой, на восток или на запад оно осуществляется.	1
2	Наличие связи линейной скорости планеты относительно Земли с орбитальными скоростями Земли и планеты	1
3	Вычисление относительных линейных скоростей планет (в км/с) в указанных случаях (1 балл за обе внутренние планеты + 1 балл за обе внешние ИЛИ 1 балл за одну внутреннюю и одну внешнюю)	2
4	Приведено выражение для расчета геоцентрической угловой скорости планеты на небе	1
5	Получены соответствующие значения геоцентрической угловой скорости планеты на небе в '}/день (1 балл за обе внутренние планеты + 1 балл за обе внешние ИЛИ 1 балл за одну внутреннюю и одну внешнюю)	2