

## 10 класс

### Первый день

- 10.1. У Олега есть набор из 2024 различных клетчатых прямоугольников размеров  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ ,  $1 \times 3$ , ...,  $1 \times 2024$  (по одному прямоугольнику каждого размера). Может ли он, выбрав некоторые из них, составить какой-нибудь клетчатый квадрат площади больше 1?
- 10.2. На координатной плоскости нарисована парабола  $y = x^2$ . Для данного числа  $k > 0$  рассматриваются трапеции, вписанные в эту параболу (то есть все вершины трапеции лежат на параболе), у которых основания параллельны оси абсцисс, а произведение длин оснований равно  $k$ . Докажите, что продолжения боковых сторон всех таких трапеций проходят через одну точку.
- 10.3. По кругу стоят 100 белых точек. Аня и Боря красят по очереди по одной ещё не покрашенной точке в зеленый или желтый цвет, начинает Аня. Аня хочет, чтобы в итоге оказалось как можно больше пар разноцветных соседних точек, а Боря – чтобы оказалось как можно меньше таких пар. Какое наибольшее число пар разноцветных соседних точек Аня может гарантировать себе независимо от игры Бори?
- 10.4. В ряд выписаны по одному разу все натуральные числа от 1 до 1000 в каком-то порядке. Докажите, что можно выбрать несколько стоящих подряд выписанных чисел, сумма которых больше 100000, но не превосходит 100500.
- 10.5. Диагонали выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  перпендикулярны и пересекаются в точке  $O$ . Центры вписанных окружностей треугольников  $ABC$ ,  $BCD$ ,  $CDA$ ,  $DAB$  являются вершинами выпуклого четырёхугольника, периметр которого равен  $P$ . Докажите, что сумма радиусов вписанных окружностей треугольников  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ,  $DOA$  не превосходит  $P/2$ .