

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
2023–2024 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 9 классов

*Уважаемый участник Олимпиады!*

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

**Максимальная оценка — 42 балла.**

**Время на выполнение заданий — 3 часа 55 минут.**

*Желаем вам успеха!*

**9.1.** Вычислите

$$\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{298+299}{300} + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}\right).$$

**9.2.** На берегу круглого озера четыре пристани  $K, L, P, Q$ . Ровно в 10 утра от пристани  $K$  отплывает катер, от  $L$  — лодка. Если катер поплывет прямо в  $P$ , а лодка прямо в  $Q$ , то они столкнутся в некоторой точке  $X$  озера. Докажите, что если катер поплывет в  $Q$ , а лодка — в  $P$ , то они достигнут этих пристаней одновременно. (Скорости лодки и катера постоянны.)

**9.3.** В колоде шулера Вистуза дам, как и положено, четыре. А вот карт других достоинств может быть разное количество. Вистуз так сложил свою колоду, что в ней между любыми двумя тузами встречается хотя бы один король, между любыми двумя королями — хотя бы одна дама, между любыми двумя дамами — хотя бы один валет, а между любыми двумя валетами — хотя бы один туз. Какое наибольшее и наименьшее количество тузов может быть в колоде Вистуза? Ответ обоснуйте.

**9.4.** В каждой клетке таблицы  $3 \times 3$  записано число, причем произведение всех чисел в каждой строке и в каждом столбце равно 1, а произведение чисел в каждом квадрате  $2 \times 2$  равно 2. Найдите все такие таблицы. Ответ обоснуйте.

**9.5.** Придумайте, как разрезать контур квадрата со стороной 12 см из тонкой проволоки ровно на 4 части и сложить из полученных кусочков контур треугольника с тем же периметром. Сгибать и разгибать части нельзя.

**9.6.** Числа  $x$  и  $y$  не являются целыми, но числа  $5x - 3y$  и  $13x + 2y$  — целые. Каким наименьшим числом может быть дробная часть числа  $x$ ? (Напомним, что дробной частью числа  $x$  называется разность  $x - [x]$ , где  $[x]$  — наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .) Ответ обоснуйте.