

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
2022–2023 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 7 классов

*Уважаемый участник Олимпиады!*

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

**Максимальная оценка — 42 балла.**

**Время на выполнение заданий — 3 часа 55 минут.**

*Желаем вам успеха!*

**7.1.** Женя и Антон учатся в одном классе. У Антона одноклассников вчетверо больше, чем одноклассниц. А у Жени одноклассниц на 17 меньше, чем одноклассников. Кто Женя: девочка или мальчик? Ответ обоснуйте.

**7.2.** Учебник стоит целое число рублей, кратное 10. Первому школьнику не хватает 10 рублей для покупки учебника, второму — 20 рублей, и так до десятого, которому не хватает 100 рублей. Тогда они решили сложить все деньги и купить хотя бы 5 учебников. Но и тогда денег не хватило. Сколько стоит учебник?

**7.3.** Расставьте на плоскости шесть точек таким образом, что если соединить отрезками первую точку со второй, вторую — с третьей и т. д., а шестую — с первой, то каждый из шести проведённых отрезков пересекает (во внутренней точке) ровно один другой отрезок.

**7.4.** а) Покажите, что каждое из чисел  $3 \cdot 0^2 + 14 = 14$  и  $3 \cdot 1^4 + 14 = 17$  может быть представлено в виде суммы квадратов трёх различных целых чисел.

б) Верно ли, что для любого целого числа  $n$  число  $3n^4 + 14$  может быть представлено в виде суммы квадратов трёх различных целых чисел? Ответ обоснуйте.

**7.5.** У дракона есть 40 кучек золотых монет, в любых двух кучках число монет разное. После того, как дракон разграбил соседний город и принес ещё золотых монет, количество монет в каждой кучке увеличилось либо в 2, либо в 3, либо в 4 раза. Какое наименьшее количество разных (по количеству монет) кучек могло получиться? Ответ обоснуйте.

**7.6.** В мешке лежат карточки с четырьмя буквами А, Т, О, М, по одной букве на карточке. Общее количество карточек 26. Известно, что карточек с буквой Т меньше, чем с буквой О, а карточек с буквой О меньше, чем с буквой М. Из мешка не глядя извлекают несколько карточек и из букв на извлечённых карточках составляют слова. Чтобы гарантированно можно было собрать слово «АТОМ», нужно вытащить минимум 22 карточки; чтобы слово «ТОМ» — 21 карточку, а чтобы слово «ОМ» — 20 карточек. Сколько карточек каждого вида в мешке? Ответ обоснуйте.