Ключи к заданиям муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по астрономии
2022-2023 учебного года
9 класс

1 задание (8 баллов).

Астероид Веста, обращающийся по круговой орбите вокруг Солнца, совершает один оборот за 3,6 земных года. Чему равен радиус орбиты такого астероида?

Решение

Запишем третий закон Кеплера, связывающий расстояние радиус обращения тел вокруг одного и того же тела и период их обращения, для Земли и для данного астероида, причём сам период мы возьмём в земных годах, а расстояние в астрономических единицах (расстояние от Солнца до Земли). Тогда радиус орбиты можно выразить по следующему закону:

$$\frac{r^3}{1\ \text{а.е.}} = \frac{T^2}{1\ \text{год}} => r^3 = T^2$$

Тогда радиус орбиты можно найти, как

$$r = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{3{,}6^2} = 2{,}35\ \text{а.е.} = 3{,}53 \cdot 10^{11}\ \text{м}$$

Ответ: $a = 2{,}35\ \text{а.е.} = 3{,}53 \cdot 10^{11}$ м

№	Критерии	Оценка
1	Приведён третий закон Кеплера в любом виде И получена общая формула нахождения расстояния	4
	Третий закон Кеплера не приведён	0
2	Получен верный ответ	4
	Получен неверный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ Получен неверный ответ из-за неправильно взятых значений периода И/ИЛИ расстояний	2
	Получен неверный ответ из-за арифметической ошибки И из-за некорректно взятых значений периода И/ИЛИ расстояний ИЛИ Причина неверного ответа неясна	0
	ИТОГО	8

2 задание (8 баллов).

Выразите разность прямых восхождений между Полярной звездой ($37°57'15''$) и звездой Бетельгейзе ($88°47'30''$), как часовую меру угла.

Решение

Найдём разность углов

$$88^\circ 47' 30'' - 37^\circ 57' 15'' = 50^\circ 50' 15''$$

В 360 градусах находится 24 часа. Переведём угол в часовую меру следующим образом:

$$1^h = 15^\circ, 1^m = 4', 1^s = 4''$$

Тогда получим ответ

$$3^h 23^m 21^s$$

№	Критерии	Оценка
1	В решении приведён корректный способ перевода из угловой меры в интервал времени ИЛИ Получен верный ответ на задачу	2
	В решении не приведён корректный перевод из угловой меры в интервал времени И Не получен верный ответ на задачу	0
2	Получено верное значение угловых расстояний в угловой мере	3
	Получено неверное значение угловых расстояний в угловой мере	0
3	Получен верный ответ	3
	Получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
	Получен неверный ответ из-за какой-то другой ошибки ИЛИ Причину неверного ответа не получается понять	0
	ИТОГО	8

3 задание (8 баллов).

Великий астроном-наблюдатель Фредерик Уильям Гершель родился 15 ноября 1738 года. Какой это был день недели? День недели проведения олимпиады (12 ноября 2022 года) суббота.

Решение

Вспомним, как устроен григорианский календарь, по которому мы живём. Каждый год делится на *не високосный* и *високосный*. В не високосный день 365 дней, а в високосный 366 дней. Високосные года высчитываются по следующему правилу (применяется последнее по счёту правило, которое верно для данного года):

1) Обычно год *не високосный* (2001, 2002…)
2) Если год кратен 4 (2004, 2008…), то год *високосный*
3) Если год кратен 100 (1800, 1900…), то год *не високосный*
4) Если год кратен 400 (1600, 2000…), то год *високосный*

Давайте рассмотрим, как изменяется день недели той же даты, но в следующий год. Пусть год не високосный, тогда у нас есть 365 дней. Всего в году 52 недели и 1 день ($52 \cdot 7 + 1 = 365$). Когда у нас проходит 7 дней (т.е. неделя), мы попадаем на тот же день недели (12 ноября 2022 года – суббота, 19 ноября 2022 года – суббота…). Этот процесс повторяется 52 раза. Однако у нас есть дополнительный день, который и производит смещение дней недели за год. Получается, что если 12 ноября 2022 года – суббота, то 12 ноября 2023 года – воскресенье. Если год високосный, то смещение происходит на 2 дня (т.к. дней $52 \cdot 7 + 2 = 366$).

Заметим, что если мы рассмотрим 2022 и 2021 год, то нам нужно будет идти в обратном направлении, т.е. если 12 ноября 2022 года – суббота, то 12 ноября 2021 года – пятница.

Вернёмся к задаче. Поймём, какой день недели будет 15 ноября 2022 года:

12 ноября 2022 года – суббота
13 ноября 2022 года – воскресенье
14 ноября 2022 года – понедельник
15 ноября 2022 года – вторник

От 1800 до 1899 приходится 24 високосных года (1800 *не високосный по правилу 3*)

От 1900 до 1999 приходится 24 високосных года (1900 *не високосный по правилу 3*)

От 2000 до 2022 приходится 6 високосных года (2000 *високосный по правилу 4*) (2000, 2004, 2008, 2012, 2016, 2020)

От 1738 до 1799 приходится 15 високосных года (1740, 1744,…,1796)

Всего високосных годов 69. Между этими двумя датами находится 2022 – 1738 = 284 года. Из них не високосных будет 284 – 69 = 215 годов.

Заметим, что $215 = 31 \cdot 7 + 5$, т.е. за счёт только не високосных годов у нас происходит смещение на 5 дней недели (если сейчас вторник, то был четверг). Каждые семь не високосных лет мы приходим на тот же день недели.

В случае високосных годов мы также приходим на тот же день недели каждые 7 лет. Мы можем представить $69 = 7 * 9 + 6$, т.е. за счёт високосных

годов происходит смещение на 12 дней (6 дней «не замыкаются» до 7, а смещение происходит за каждый високосный год на 2 дня)

Суммарно, нам нужно сделать 17 дней «назад» от вторника, или, поскольку каждые 7 дней дни недели повторяются, 3 дня назад (17 = 7 * 2 + 3): вторник (был), понедельник, воскресенье, суббота.

Ответ: суббота

Примечание. Необходимо заметить, что поскольку мы ищем день недели в прошлом, нам нужно считать их в обратном порядке (вторник, понедельник, суббота…) Обучающиеся могли считать дату в прямом порядке (вторник, среда, четверг…) и тем самым получить некорректный ответ на саму задачу. В этом случае полученный алгоритм считать корректным (критерий 3), но сам ответ задачи некорректным (критерий 4).

№	Критерии	Оценка
1	Указано правильное устройство григорианского календаря (см. правила в решении)	3
	Указано, что каждый 4-ый год гарантированно високосный (т.е. нет указания касательно каждого 100-ого и 400-ого года) ИЛИ Есть упоминание високосных годов	1
	Нет упоминания високосных годов ИЛИ Указана некорректное устройство календаря, за исключением случая, перечисленного выше	0
2	Рассчитано верное количество високосных и не високосных лет	2
	Количество високосных и не високосных лет отличается на 1 день от нужного количества дней И за критерий 1 стоит 1 балл и более	1
	Количество високосных и не високосных лет отличается от действительного больше, чем на 1 день	0
3	Продемонстрирован и описан корректный алгоритм, по которому рассчитывается день недели через некоторое количество лет ИЛИ Найден свой алгоритм нахождения дня недели с описанной логикой И за критерий 4 стоит 1 балл ИЛИ Решение задачи было сделано прямым подсчётом дней недель И за критерий 4 стоит 1 балл	2

	Был использован некоторый алгоритм нахождения дней недели, который прослеживается в решении задачи, но каких-либо пояснений к его работе сделано не было	1
	Логика алгоритма подсчёта дней недели не прослеживается	0
4	Получен правильный ответ	1
	Получен неправильный ответ	0
	ИТОГО	8

4 задание (8 баллов).

Экваториальный спутник Земли обращается по круговой орбите. На экваторе Земли установлен датчик, фиксирующий прохождение спутника прямо над ним. Известно, что за одни звёздные сутки спутник проходит над датчиком 4 раза. Найдите период обращения спутника вокруг Земли.

Решение

Раз датчик находится на экваторе Земли, то период его «обращения» происходит синхронно с вращением Земли, потому «период обращения датчика» равен периоду обращения Земли.

Заметим, что в задаче не уточняется направление движения спутника, потому необходимо рассмотреть случаи сонаправленного движения и противонаправленого движения спутника относительно вращения Земли. В первом случае

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\text{ЭС}}} - \frac{1}{T_{\text{З}}}$$

Во втором случае

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\text{ЭС}}} + \frac{1}{T_{\text{З}}}$$

Для краткости, объединим два данных решения следующей записью:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\text{ЭС}}} \mp \frac{1}{T_{\text{З}}}$$

Здесь верхний знак берётся в случае сонаправленного движения, а нижний в случае противонаправленного движения. Тогда период обращения спутника можно найти, как

$$T_{\text{ЭС}} = \frac{T_{\text{З}} S}{T_{\text{З}} \pm S}$$

Раз синодический период выражается через звёздные сутки, а $T_{\text{З}}$ равняется одним звёздным суткам, то можно написать следующую взаимосвязь:

$$S = \frac{1}{4} T_З$$

Тогда

$$T_{ЭС} = T_З \cdot \frac{\frac{1}{4}}{1 \pm \frac{1}{4}} = T_З \cdot \frac{1}{4 \pm 1}$$

Остаётся только рассчитать ответ:

В первом случае,

$$T_{ЭС} = T_З \cdot \frac{1}{1+4} = T_З \cdot \frac{1}{5} = 1 \cdot 0{,}2 = 0{,}2 \text{ зв. сут} = 4{,}79 \text{ ч} = 17230 \text{ с}$$

Во втором случае,

$$T_{ЭС} = T_З \cdot \frac{1}{4-1} = T_З \cdot \frac{1}{3} = 1 \cdot 0{,}33 = 0{,}33 \text{ зв. сут.} = 7{,}90 \text{ ч} = 28430 \text{ с}$$

Примечание. Ответ может быть выражен в часах или секундах, однако необходимо обратить внимание, что звёздные сутки и солнечные сутки не совпадают: в солнечных 24 часа (или 86400), в звёздных 23 часа 56 минут 4 секунды (~23,933 часа или 86164 секунды). Если в решении не уточняется, какие конкретно сутки берутся для перевода, то по умолчанию считается, что происходит округление числа часов в звёздных сутках до 24 ч.

Примечание. В уравнении синодического периода для второго случая предполагается, что синодический период считается для спутника относительно Земли. Обучающийся мог рассмотреть обратную ситуацию – для Земли относительно спутника ($\omega_{отн} = \omega_{абс} - \omega_{пер}, \omega = \frac{2\pi}{T}$ – уравнение синодического периода). Тогда уравнение примет вид

$$\frac{1}{S} = -\frac{1}{T_З} - \frac{1}{T_{ЭС}} = -\frac{1}{T_{ЭС}} - \frac{1}{T_З}$$

А значение синодического периода будет отрицательным, который будет обозначать, что при направление вращения спутника при неподвижной Земле будет происходить в другую сторону. Если обучающийся интерпретировал отрицательный период, как смену направления движения, то уравнение считать записанным правильно и учитывать это в критериях 3. В противном случае, если знак «минус» не объясняется, считать данное выражение «с ошибкой» и учитывать это в критерии 3.

№	Критерии	Оценка
1	Сказано про равенство «периода обращения датчика» и периода обращения Земли ИЛИ Данный факт используется в решении задачи без пояснений	1
	Нигде в решении не используется равенство «периода обращения датчика» и периода обращения Земли	0
2	Сказано про необходимость рассмотрения сонаправленного и противонаправленного движения	2
	В решении задачи рассматривается только один случай	0
3	Записано правильное уравнение синодического периода для обоих случаев	3
	Записано правильное уравнение для одного синодического периода И записано уравнение с ошибкой для другого случая ИЛИ Записано правильно только одно уравнение синодического периода для одного из случаев И другой случай не рассматривается	2
	Записано одно ИЛИ два уравнения синодического периода с перепутанными знаками для данных случаев	1
	Уравнение синодического периода отсутствует в решении	0
4	Получено два правильных ответа	2
	Получен только один правильный ответ	1
	Правильных ответов не получено	0
	ИТОГО	8

5 задание (8 баллов).

Спутниковое телевиденье основывается на размещении геостационарных спутников над экватором Земли. Располагают их таким образом, чтобы угловая скорость спутника совпадала с угловой скоростью вращения Земли. На каком расстоянии спутник должен находиться от земной поверхности и с какой скоростью линейной скоростью от должен обращаться вокруг Земли? Радиус Земли 6400 км, масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг.

Решение

В задаче не уточняется форма орбиты спутника (угловую скорость можно определить и для эллиптической орбиты). В случае эллиптической орбиты угловая скорость у нас непостоянная (2 закон Кеплера). С дргоуй стороны, нам нужно синхронизировать спутник с вращением Земли, которое можно считать почти постоянным. Тогда угловая скорость обращения спутника должна быть тоже практически постоянной, а это возможно только при круговой орбиты

Раз спутник движется по круговой орбите, то пусть расстояние от центра Земли до спутника обозначается, как $r = R_З + h$, где $R_З$ – радиус Земли, h - высота спутника над поверхностью Земли. Запишем закон всемирного тяготения и второй закон Ньютона, чтобы найти период обращения спутника

$$F = G\frac{m_С m_З}{r^2}$$

$$F = m_С a_ц = m_С \omega^2 r = m_С \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = \frac{4\pi^2 r m_С}{T^2}$$

Откуда

$$r = \sqrt[3]{\frac{G m_З T^2}{4\pi^2}} = 42200 \text{ км}$$

Тогда высота спутника над поверхностью Земли составляет

$$h = 42200 - 6400 = 35800 \text{ км}$$

Линейная скорость спутника рассчитывается по формуле

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 3{,}1\frac{\text{км}}{c}$$

№	Критерии	Оценка
1	Приведена связь между расстоянием от центра Земли до спутника через радиус Земли и высотой спутника над поверхностью Земли ИЛИ Данная связь используется неявно	1
	В решении отсутствует упоминание связи между расстоянием от центра Земли до спутника через радиус Земли и высотой спутника над поверхностью Земли	0
2	Записан закон всемирного тяготения для спутника и Земли ИЛИ Закон всемирного тяготения используется во одной из формул решения	1
	Не использован закон всемирного тяготения ИЛИ Закон всемирного тяготения использован некорректно (например, в него подставлялось не r, а h или $R_З$)	0
3	Сделано замечание о форме орбиты с аргументацией	2
	В решении не поясняется причины того, почему используется круговая орбита, но данный факт используется в решении.	1

	Из решения не ясно, какая форма орбиты рассматривается при решении задачи	0
4	Получена формула для нахождения расстояния от спутника до центра Земли ИЛИ По причине некорректной записи закона всемирного тяготения (критерий 2), получена некорректная формула для нахождения расстояния от спутника до центра Земли	2
	По причине неправильного арифметического преобразования получена некорректная формула для нахождения расстояния от спутника до центра Земли	1
	Получена некорректная формула для нахождения расстояния от спутника до центра Земли в связи с какими-то другими причинами. ИЛИ Причину неправильной формулы не удаётся установить	0
5	Получено правильное значение высоты спутника над поверхностью Земли	1
	Получено неправильно значение высоты спутника над поверхностью Земли	0
6	Получено правильное значение линейной скорости	1
	Получено неправильное значение линейной скорости	0
	ИТОГО	8

6 задание (8 баллов).

На картинке ниже слева представлена фотография луны (цвета инвертированы, чёрной рамкой выделены границы кадра), а справа настройки фотоаппарата, при которых сделан кадр. Определите размеры Луны. Размер матрицы фотоаппарата 22,3 мм по ширине и 14,9 мм по высоте. Считайте орбиты Луны круговой. Если не помните расстояние от Земли до Луны, то можете восстановить его из значений сидерического периода обращения Луны вокруг Земли (27,3 суток) и массы Земли ($6 \cdot 10^{24}$ кг).

Свойство	Значение
Разрешение	6000 x 4000
Ширина	6000 пикселей
Высота	4000 пикселей
Горизонтальное разреше...	72 точек на дюйм
Разрешение по вертикали	72 точек на дюйм
Глубина цвета	24
Сжатие	
Единица разрешения	2
Представление цвета	sRGB
Сжатие, бит на пиксель	
Камера	
Камера, изготовитель	Canon
Камера, модель	Canon EOS 750D
Диафрагма	f/6.3
Выдержка	1/160 с.
Скорость ISO	ISO-100
Экспокоррекция	0 шаг.
Фокусное расстояние	600 мм

Решение

Из длительности лунного месяца можно найти приблизительное расстояние от Земли до Луны через закон всемирного тяготения (центр тяжести системы «Земля-Луна» находится не строго в центре Земли, но с некоторым допущением можно считать это так, поскольку он располагается где-то под земной поверхностью, т. е. центр предположительный менее чем на 6400 км будет отставать от действительного центра системы).

$$F = G\frac{m_Л m_З}{R^2}$$

здесь F – сила гравитационного притяжения, G – универсальная гравитационная постоянная ($G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{м^3}{с^2 \cdot кг}$), $m_Л$ – масса Луны, $m_З$ – масса Земли, R – расстояние от Земли до Луны.

Запишем второй закон Ньютона для Луны,

$$F = m_Л a_ц = m_Л \omega^2 R = m_Л \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = \frac{4\pi^2 R m_Л}{T^2}$$

здесь $a_ц$ – центростремительное ускорение, ω – угловая скорость обращения Луны вокруг Земли, T – период обращения Луны вокруг Земли (сидерический период Луны).

Подставим во второй закон Ньютона закон всемирного тяготения,

$$G\frac{m_Л m_З}{R^2} = \frac{4\pi^2 R m_Л}{T^2}$$

и выражаем радиус,

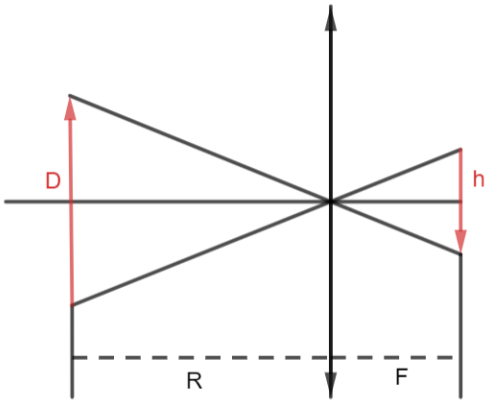
$$G m_Л m_З T^2 = 4\pi^2 R^3 m_Л$$

$$G m_З T^2 = 4\pi^2 R^3$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{G m_З T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (27{,}3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2}{4 \cdot 3{,}14^2}} \approx 383\ 574\ км$$

Значение большой полуоси Луны по справочным данным составляет 384399 км. Полученное нами значение отстаёт от него менее, чем на 10%, что вполне допустимо.

Определим размеры Луны на матрице. Введём обозначения a – высота матрицы (равна 14,9 мм), A – высота фотографии, H – диаметр луны на фотографии, h - диаметр луны на матрице. Тогда



$$\frac{A}{a} = \frac{H}{h}$$

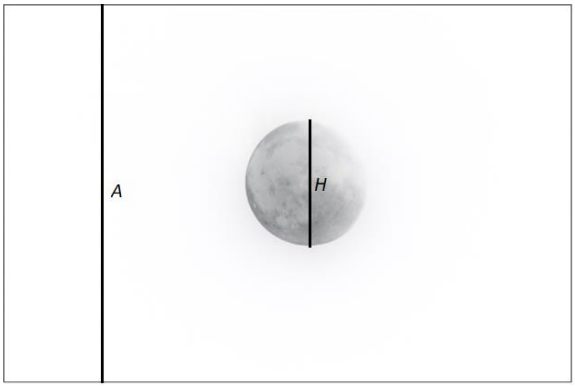
т. е. изображение Луны на фотографии к размерам фотографии должны относится друг к другу также, как и их изображения на матрице. Величину H/A можно рассчитать с помощью линейки, она примерно равняется 1/3. Отсюда находим величину h,

$$h = a\frac{H}{A}$$

Из подобия треугольников «изображения Луны на матрице» и «действительные размеры Луны» следует, что

$$\frac{D}{R} = \frac{h}{F}$$

Отсюда, подставив значение h, получим



$$\frac{D}{R} = \frac{aH}{AF}$$

А значит

$$D = \frac{aR}{F} \cdot \frac{H}{A} = 3{,}83 \cdot 10^8 \cdot \frac{14{,}9\ \text{мм}}{600\ \text{мм}} \cdot \frac{1}{3} = 3170\ \text{км}$$

Действительный диаметр Луны 3474 км.

Примечание. Пункт по нахождению расстояния от Луны до Земли не является обязательным, обучающийся может привести данное значение, как справочное. Данное обстоятельство отражено в критериях.

Примечание. При решении задачи бралось расстояние от центра Луны до центра Земли, хотя фотография сделана на поверхности Земли. По фотографии не ясно, где конкретно находилась Луна в момент съёмки – в зените или на горизонте. В зависимости от этого расстояние от наблюдателя до Луны будет разным. Расстояние по этой причине изменяется несильно, потому равноправно рассматриваются возможности взять расстояние как от центра Земли, так и от поверхности Земли.

Примечание. Точность в критериях оценивается относительно полученного значения диаметра Луны, т.е. относительно 3170 км.

Примечание. Сильное расхождение ответа с действительностью может быть вызвано тем, что во время съёмки фотограф мог использовать параметры съёмки, которые напрямую в мета-данных снимка не отображаются

№	Критерии	Оценка
1	Приведена связь между расстоянием от центра Земли до спутника через радиус Земли и высотой спутника над поверхностью Земли ИЛИ Данная связь используется неявно	1
	В решении отсутствует упоминание связи между расстоянием от центра Земли до спутника через радиус Земли и высотой спутника над поверхностью Земли	0
2	Записан закон всемирного тяготения для спутника и Земли ИЛИ Закон всемирного тяготения используется во одной из формул решения	1
	Не использован закон всемирного тяготения ИЛИ Закон всемирного тяготения использован некорректно (например, в него подставлялось не r, а h или $R_З$)	0
3	Получена формула для нахождения расстояния от спутника до центра Земли ИЛИ По причине некорректной записи закона всемирного тяготения (критерий 2), получена некорректная формула для нахождения расстояния от спутника до центра Земли	2
	По причине неправильного арифметического преобразования получена некорректная формула для нахождения расстояния от спутника до центра Земли	1
	Получена некорректная формула для нахождения расстояния от спутника до центра Земли в связи с какими-то другими причинами. ИЛИ Причину неправильной формулы не удаётся установить	0
4	Получено правильное значение высоты спутника над поверхностью Земли	2
	Получено неправильное значение высоты спутника над поверхностью Земли по причине неправильно рассчитанного расстояния от спутника до центра Земли ИЛИ	1

	Получено неправильное значение высоты спутника над поверхностью Земли из-за арифметической ошибки	
	Получено неправильное значение высоты спутника над поверхностью Земли по какой-то другой причине, не указанной выше ИЛИ Причину неправильного значения не удаётся установить	0
5	Получено правильное значение линейной скорости	2
	Получено неправильное значение линейной скорости И за критерий 3 стоит 1 балл и больше И за критерий 4 стоит 1 балл и больше Или получено неправильное значение линейной скорости из-за арифметической ошибки	1
	Получено неправильное значение линейной скорости по какой-то другой причине ИЛИ Причину неправильного значения установить не удаётся	0
	ИТОГО	8