Задача A. Урок математики

Для решения задачи требуется вывести $B \cdot C + D$.

Для решения задачи на частичный балл можно заменить числа из формулы на записанные в таблице оценивания константы.

Критерии оценивания:

№	Баллы	Ограничения			Необх. группы
		B	C	D	
1	16	$B = 1$	$C = 7$	$D = 0$	—
2	24	$B = 1$	$C \leqslant 10$	$D = 0$	1
3	41	$B \leqslant 10$	$C \leqslant 10$	$D = 0$	1−2
4	19	$B \leqslant 10$	$C \leqslant 10$	$D < B$	1−3

Баллы выставляются автоматически проверяющей системой.

Задача B. Два варианта

Заметим, что вне зависимости от расположения точки $(x,\ y)$ всё равно нужно пройти x километров, чтобы оказаться на прямой $x = 0$, где находятся дома. Затем остаётся только выбрать один из двух вариантов. Для того чтобы прийти домой, потребуется пройти ещё y километров, а чтобы прийти к другу — $|y - a|$ километров.

Во всех группах, кроме последней, количество километров до дома друга равно $x + 10 - y$. Поэтому для решения задачи на частичный балл можно упростить формулу и заменить некоторые числа константами из таблицы с ограничениями.

Критерии оценивания:

№	Баллы	Ограничения			Необх. группы
		x	y	a	
1	10	$x = 5$	$y = 0$	$a = 10$	—
2	26	$0 \leqslant x \leqslant 10$	$y = 0$	$a = 10$	1
3	35	$x = 5$	$0 \leqslant y \leqslant 10$	$a = 10$	1
4	16	$0 \leqslant x \leqslant 10$	$0 \leqslant y \leqslant 10$	$a = 10$	1−3
5	13	$0 \leqslant x \leqslant 10$	$0 \leqslant y \leqslant 10$	$1 \leqslant a \leqslant 10$	1−4

Баллы выставляются автоматически проверяющей системой.

Задача C. По магазинам!

Для прохождения первых четырёх групп тестов нужно пройтись при помощи цикла по строке, пока не встретятся K различных букв. Если это впервые произошло на доме номер R, то длина кратчайшего маршрута равна $2R - 1$. При реализации для первых двух групп достаточно завести две переменные, в которых сохранить количество встретившихся букв каждого типа, и проверять значения этих переменных на каждой итерации цикла. Для третьей и четвёртой группы можно использовать ту же идею, но вместо переменных завести массив длины K.

Рассмотрим пятую группу тестов. Заметим, что оптимальный маршрут полностью определяется некоторой подстрокой, содержащей Сашин дом (если длина строки равняется L, то длина маршрута равна $2L - 1$). Тогда можно перебрать левую и правую границу подстроки и для каждой такой пары проверить, правда ли, что в подстроке содержатся K различных букв, при помощи двух переменных или при помощи массива длины K, что позволит пройти и седьмую группу тестов.

Для прохождения шестой группы тестов заметим, что границами подстроки могут быть только самые близкие вхождения какой-либо буквы слева и справа от дома Саши. Таким образом, сохраним в переменные индексы ближайших букв «`a`» и «`b`» слева и справа от дома Саши и посчитаем ответ разбором всех случаев — налево или направо нужно идти до магазина каждого типа.

Для полного решения задачи посчитаем расстояния до ближайших букв каждого типа справа от дома Саши и сохраним результаты в массив. Тогда, если зафиксирована длина подстроки слева от дома Саши, то необходимую длину справа можно посчитать как максимум в массиве среди всех букв, которые не встретились в подстроке слева. Решение состоит в постепенном наращивании подстроки слева с обновлением информации о том, какие буквы уже встретились слева, и вычислением того, сколько ещё нужно взять символов справа от дома Саши.

Критерии оценивания:

№	Баллы	Ограничения			Необх. группы
		N	K	Дополнительно	
1	8	$N \leqslant 50$	$K = 1$	$s_1 =$ «*»	—
2	14	$N \leqslant 50$	$K \leqslant 2$	$s_1 =$ «*»	1
3	23	$N \leqslant 50$	$K \leqslant 26$	$s_1 =$ «*»	1 – 2
4	3	$N \leqslant 10^5$	$K \leqslant 26$	$s_1 =$ «*»	1 – 3
5	29	$N \leqslant 50$	$K \leqslant 2$	—	1 – 2
6	7	$N \leqslant 10^5$	$K \leqslant 2$	—	1 – 2, 5
7	7	$N \leqslant 50$	$K \leqslant 26$	—	1 – 3, 5
8	9	$N \leqslant 10^5$	$K \leqslant 26$	—	1 – 7

Баллы выставляются автоматически проверяющей системой.

Задача D. Гольф

В первых подзадачах требуется только проверить, попадает ли мяч в лунку. В зависимости от реализации, можно пройти до первых трёх групп тестов, при этом решение третьей группы — это несложное условие с формулой.

В четвёртой подзадаче достаточно проверить для каждого мяча, доходит ли он до лунки, как в третьей подзадаче.

В пятой подзадаче требуется найти лунку, в которую попадёт мяч. Для этого можно использовать формулу для одной лунки, а при наличии нескольких подходящих выбирать лунку с меньшей x-координатой, большей x-координаты мяча.

Для шестой и седьмой подзадач необязательно использовать формулу из первых подзадач, достаточно написать эмуляцию движения мячей как элементов двумерного массива.

Восьмая подзадача использует в решении идею из пятой подзадачи, только её нужно реализовать для всех мячей.

Заметим, что не нужно проверять попадание во все лунки, если известны диагонали, по которым мяч будет совершать движение. Поэтому заведём массивы, индексы которых будут являться номерами диагоналей. Положим в массивы лунки. Тогда для проверки на попадание в лунку нужно обратиться по соответствующему индексу в массивы. Такое решение проходит девятую группу тестов.

Для полного решения остаётся только заменить массивы на словари, чтобы работать с любыми номерами диагоналей.

Критерии оценивания:

№	Баллы	Ограничения			Необх. группы
		N	K	x_i, y_i, X_i, Y_i	
1	18	$N = 1$	$K = 1$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 5$	—
2	3	$N = 1$	$K = 1$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 1000$	1
3	4	$N = 1$	$K = 1$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 10^9$	1 – 2
4	13	$N \leqslant 10^5$	$K = 1$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 10^9$	1 – 3
5	13	$N = 1$	$K \leqslant 10^5$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 10^9$	1 – 3
6	17	$N \leqslant 10$	$K \leqslant 10$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 1000$	1 – 2
7	11	$N \leqslant 500$	$K \leqslant 500$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 1000$	1 – 2, 6
8	6	$N \leqslant 500$	$K \leqslant 500$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 10^9$	1 – 3, 6 – 7
9	8	$N \leqslant 10^5$	$K \leqslant 10^5$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 10^5$	1 – 2, 6 – 7
10	7	$N \leqslant 10^5$	$K \leqslant 10^5$	$x_i, y_i, X_i, Y_i \leqslant 10^9$	1 – 9

Баллы выставляются автоматически проверяющей системой.

Задача E. Тиифы

В этой задаче основная трудность состоит в вычислении количества стульев в зависимости от вида тиифа на следующие дни, так как для вычисления этой величины нужно взять максимум по количеству появившихся новых тиифов среди всех возможных вариантов разбиения на множители.

В первой группе тестов нужно всегда готовить один стул. Во второй группе тестов необходимо готовить три стула на второй день, если в первый день был приглашен тииф вида 4 или 6.

Для прохождения третьей группы тестов напишем цикл для чтения последовательности и запомним в переменную, сколько стульев необходимо приготовить из-за взорвавшихся тиифов с прошлого дня. Обновлять переменную необходимо так же, как и во второй группе: прибавлением двойки, если пришедший тииф имеет вид 4 или 6.

Для прохождения четвёртой группы тестов нужно немного модифицировать изменение вспомогательной переменной — проверить наличие 4 и 6 в отрезке.

В пятой и шестой группах тиифы после взрыва могут повлиять на ответы не только через один день, но и через два и через три дня. Для прохождения этих групп нужно завести дополнительные вспомогательные переменные и изучить, какие именно числа влияют на ответ.

Для прохождения седьмой группы тестов необходимо обобщить идею о переменных путём создания массива. При этом то, на сколько дней и каким образом будет влиять тииф на число стульев, можно посчитать как на листочке, так и при помощи полного перебора вариантов во вспомогательной функции. Обратите внимание, что результат выполнения функции — массив, в котором описано

Однако ещё при переборе чисел на листочке для первых групп можно заметить, что хоть тииф и разбивается неоднозначно, но его влияние можно посчитать однозначно только по числу простых в его разложении. Тогда можно упростить реализацию подсчёта влияния тиифа заданного вида, заменив его вид на двойку в степени (количество простых в разложении вида).

Для прохождения восьмой группы запомним вычисления для каждого числа в массив, чтобы не нужно было пересчитывать для каждого нового запроса. Для прохождения и девятой группы, воспользуемся идеей со степенями двойки и сохраним в массиве только влияние первых степеней двойки, а при запросе посчитаем количество простых в разложении и сопоставим влияние тиифа влиянию тиифов с некоторой степенью двойки.

Десятая группа требует быстрого разложения на простые — быстрее, чем стандартный алгоритм перебора до квадратного корня. Тогда воспользуемся решетом Эратосфена. В этой подзадаче можно как просто осуществлять перебор только по простым, так и модифицировать решето, проверяя не простоту чисел, а считая в решете количество простых, на которые оно поделилось.

У оставшихся групп основная идея — получать влияние из массива с подсчётом при помощи префиксных сумм для каждого дня влияния. Начиная с двенадцатой группы, префиксные суммы следует реализовывать аккуратно, чтобы уложиться в ограничения по памяти.

Для полного решения следует сделать ещё две оптимизации. Первая — это функция, которая подсчитывает влияние. Для этого следует воспользоваться методом динамического программирования — пересчитывать влияние степени двойки через максимум по влиянию меньших степеней двойки для всех разбиений степени двойки на две меньшие.

Вторая — это оптимизация способа посчитать количество простых в разложении. Для этого модифицируем ещё раз модифицированное решето Эратосфена, на котором посчитаем количество простых в разложении уже на произвольном небольшом отрезке натурального ряда. Для этого достаточно выполнить стандартный алгоритм решета на числах до корня из правой границы интересующего нас отрезка, а затем при помощи цикла прибавить единицу к числам, не все делители которых лежали в перебираемых — можно показать, что тогда в разложении не учтён единственный простой делитель, больший корня из правой границы интересующего нас отрезка.

Полное решение состоит в аккуратной реализации этих оптимизаций.

Критерии оценивания:

№	Баллы	Ограничения			Необх. группы
		N	l_i	r_i	
1	4	$N = 1$	$l_i = r_i$	$r_i \leqslant 7$	—
2	10	$N \leqslant 2$	$l_i = r_i$	$r_i \leqslant 7$	1
3	5	$N \leqslant 100$	$l_i = r_i$	$r_i \leqslant 7$	1–2
4	5	$N \leqslant 100$	—	$r_i \leqslant 7$	1–3
5	5	$N \leqslant 100$	—	$r_i \leqslant 15$	1–4
6	5	$N \leqslant 100$	—	$r_i \leqslant 30$	1–5
7	18	$N \leqslant 100$	$l_i = r_i$	$r_i \leqslant 500$	1–3
8	6	$N \leqslant 300\,000$	$l_i = r_i$	$r_i \leqslant 500$	1–3, 7
9	10	$N \leqslant 300\,000$	$l_i = r_i$	$r_i \leqslant 10^5$	1–3, 7–8
10	8	$N \leqslant 300\,000$	$l_i = r_i$	$r_i \leqslant 2 \cdot 10^6$	1—3, 7–9
11	5	$N \leqslant 300\,000$	—	$r_i \leqslant 500$	1—8
12	3	$N \leqslant 300\,000$	—	$r_i \leqslant 10^5$	1—9, 11
13	3	$N \leqslant 300\,000$	—	$r_i \leqslant 2 \cdot 10^6$	1—10, 11–12
14	6	$N \leqslant 300\,000$	—	$r_i \leqslant 10^9$	1—13
15	7	$N \leqslant 300\,000$	—	$r_i \leqslant 10^{12}$	1—14

Баллы выставляются автоматически проверяющей системой.