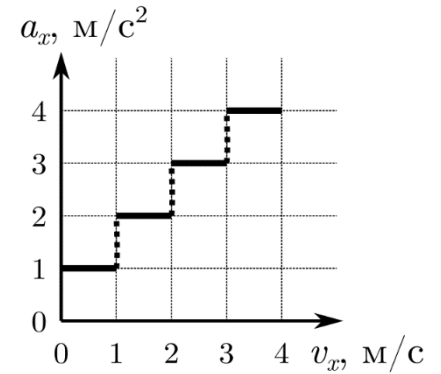


Задача 1. Ступеньки

Материальная точка движется вдоль прямой Ox . Дан график зависимости проекции её ускорения от проекции скорости на эту же ось. Сколько секунд всего двигалась точка? Чему равен пройденный ею путь за всё время движения?



Решение

Согласно графику, на каждом из участков точка двигалась равноускоренно, при этом скорость в пределах каждого участка зависит от времени как $v(t) = v_0 + at$. Зная скорость v_n в начале каждого участка, и скорость v_k в его конце, можно найти время движения точки на каждом участке как $t_{уч} = (v_k - v_n) / a$. Тогда общее время движения

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{25}{12} \text{ с} \approx 2,08 \text{ с.}$$

Перемещение, совершаемое точкой на каждом участке, может быть найдено с помощью формулы

$$s_{уч} = \frac{v_k^2 - v_n^2}{2a}.$$

Тогда полное перемещение точки (и пройденный ею путь)

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} = \frac{71}{24} \text{ м} \approx 2,96 \text{ м.}$$

Задача 2. Кипятильник на батарейках

В стакан со ртутью погружают маленькую батарейку комнатной температуры, после чего ртуть начинает нагреваться. При этом максимальная температура ртути составляет 25°C . Если бросить 3 батарейки, то максимальная температура достигнет 35°C . Какова температура воздуха в комнате, где стоит стакан? Сколько надо бросить батареек, чтобы температура достигла 50°C ?

Примечание: мощность теплоотдачи в окружающую среду пропорциональна разности температур ртути и окружающей среды.

Решение

Ртуть жидкость металлическая, а потому проводящая, следовательно, она замкнёт батарейку как внешняя цепь с некоторым сопротивлением. Тепло при этом будет выделяться по закону Джоуля-Ленца из-за нагрева ртути от протекающего тока и нагрева батарейки.

Мощность теплоотдачи в окружающую среду пропорциональна разности температур ртути T_p и окружающей среды T_k :

$$N = \alpha(T_p - T_k),$$

Мощность генерации тепла пропорциональна количеству подключённых батареек

$$W = nP_6,$$

где P_6 - мощность тепловыделения, обеспечиваемая одной батарейкой.

Максимум температуры достигается после установления теплового равновесия внутри системы ртуть-батарейки и определяется только отводимой в окружающую среду мощностью.

$$N = W$$

При этом конкретную величину теплоёмкости ртути и батареек можно не учитывать, а уравнение теплового баланса не писать, тем более что их соотношение и величины неизвестны и не могут быть найдены и использованы при решении задачи.

Составляем систему уравнений:

$$P_6 = \alpha(25 - T_k)$$

$$3P_6 = \alpha(35 - T_k)$$

$$nP_6 = \alpha(50 - T_k)$$

Решая систему уравнений 1-2, находим $T_k = 20^\circ\text{C}$

А систему 1-3 или 2-3 $n = 6$

Задача 3. Архблоки

Система из невесомых блоков, нерастяжимых нитей и грузов, частично погруженных в резервуары с жидкостями, находится в равновесии. Плотность жидкости в резервуаре 2 в три раза больше, чем в резервуаре 1: $\rho_2 = 3\rho_1$. Резервуар 1 поменяли местами с резервуаром 2, при этом уровни жидкостей в резервуарах привели к изначальным. Изначально груз 1 и 2 погружены в жидкости на 2,5 см и 1,5 см соответственно. Форма грузов – цилиндры с

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2021/22

Свердловская область, Муниципальный этап, 9 класс, вариант 901

одинаковым поперечным сечением. Все нити натянуты. Найти вертикальное смещение второго блока.

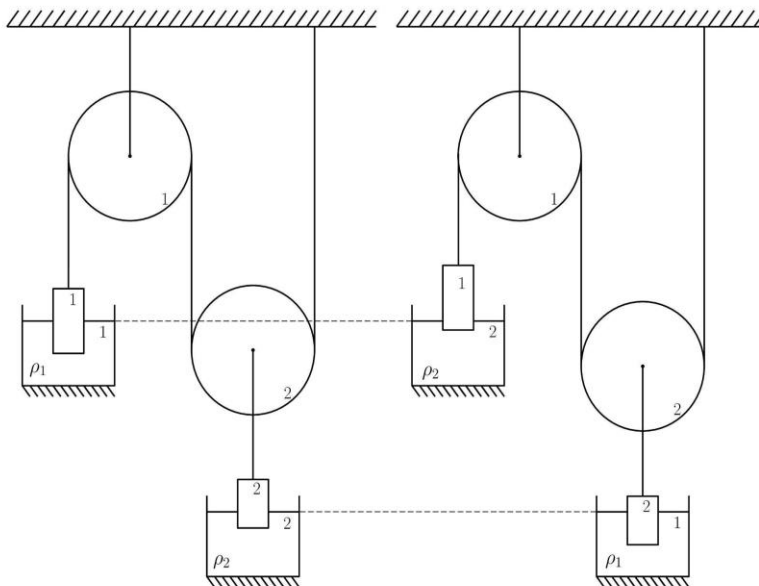
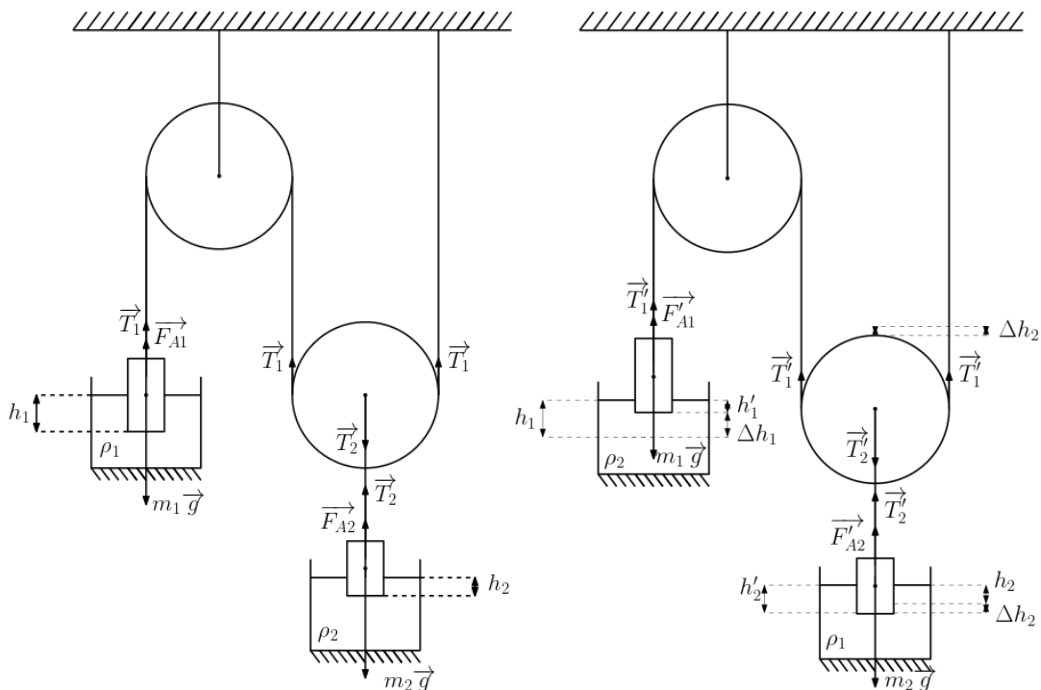


Рисунок к задаче 2

Решение

Изобразим на рисунке все силы, действующие на грузы и блоки: силы тяжести $m_1\vec{g}$, $m_2\vec{g}$, силы натяжения нитей \vec{T}_1 , \vec{T}_2 , силы Архимеда \vec{F}_{A1} , \vec{F}_{A2} . Величины, получившиеся после замены местами сосудов, обозначим штрихом.



Всероссийская олимпиада школьников по физике 2021/22
Свердловская область, Муниципальный этап, 9 класс, вариант 901

Рассмотрим начальное положение системы. Запишем условия равновесия для блока 2, груза 1 и 2 соответственно:

$$\begin{aligned}T_1 + T_1 - T_2 &= 0, \\F_{A1} + T_1 - m_1g &= 0, \\F_{A2} + T_2 - m_2g &= 0.\end{aligned}$$

Из решения системы получаем:

$$\begin{aligned}2(m_1g - F_{A1}) &= m_2g - F_{A2}, \\2m_1g - m_2g &= 2F_{A1} - F_{A2}.\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}T'_1 + T'_1 - T'_2 &= 0, \\F'_{A1} + T'_1 - m_1g &= 0, \\F'_{A2} + T'_2 - m_2g &= 0, \\2(m_1g - F'_{A1}) &= m_2g - F'_{A2}, \\2m_1g - m_2g &= 2F'_{A1} - F'_{A2}, \\2F_{A1} - F_{A2} &= 2F'_{A1} - F'_{A2}.\end{aligned}\tag{2}$$

Выразим выталкивающие силы через объёмы погруженных частей грузов:

$$F_{A1} = \rho_1gV_1 = \rho_1gh_1S, \quad F_{A2} = \rho_2gV_2 = \rho_2gh_2S,$$

$$F'_{A1} = \rho_2gV'_1 = \rho_2gh'_1S, \quad F'_{A2} = \rho_1gV'_2 = \rho_1gh'_2S.$$

$$2\rho_1gh_1S - \rho_2gh_2S = 2\rho_2gh'_1S - \rho_1gh'_2S,$$

$$\rho_1(2h_1 + h'_2) = \rho_2(2h'_1 + h_2).$$

Пусть груз 1 поднялся на Δh_1 , тогда груз 2 опустился на $\Delta h_2 = 0.5 \Delta h_1$. В таком случае глубины погружения грузов равны:

$$h'_1 = h_1 - \Delta h_1 = h_1 - 2\Delta h_2$$

$$h'_2 = h_2 + \Delta h_2$$

С учетом $\rho_2 = 3\rho_1$:

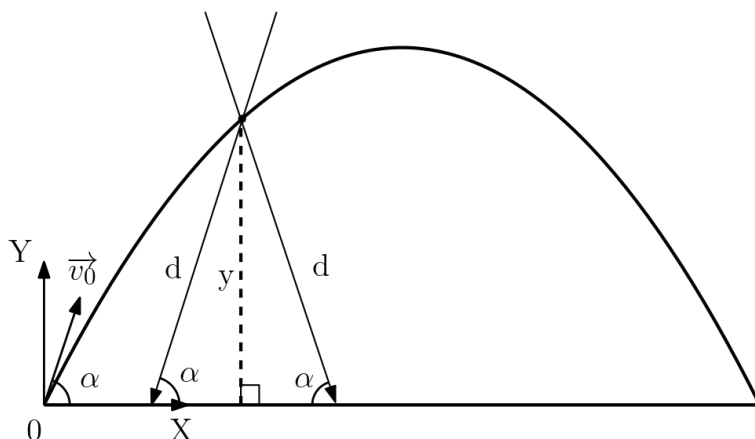
$$\begin{aligned}2h_1 + h_2 + \Delta h_2 &= 6h_1 - 12\Delta h_2 + 3h_2 \\ \Delta h_2 &= \frac{4h_1 + 2h_2}{13} = \frac{4 \cdot 2.5 \text{ см} + 2 \cdot 1.5 \text{ см}}{13} = 1 \text{ см}\end{aligned}$$

Ответ: $\Delta h_2 = 1 \text{ см}$.

Задача 4. Камень и тень

Камень бросают под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Лучи солнца падают в плоскости траектории камня, образуя угол α с горизонтом. Определите: 1) максимальное расстояние от камня до его тени в процессе полёта; 2) максимальное расстояние от точки броска до тени камня.

Решение



1) Чтобы определить максимальное расстояние от камня до его тени d , рассмотрим камень в случайной точке траектории полёта с координатами x и y . Тогда d определяется как гипотенуза прямоугольного треугольника с катетом y и углом α . Т.к. в обоих случаях направления падения луча солнца расстояние от камня до его тени d определяется одинаково, можно рассмотреть только один случай:

$\sin \alpha = \frac{y}{d}$; $d = \frac{y}{\sin \alpha}$; $\sin \alpha = \text{const} \Rightarrow d$ максимальна, когда максимален y , максимум которого y_a находится на вершине параболы. В вершине параболы: $v_y = 0$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$v_y = 0 \Rightarrow 0 = v_0 \sin \alpha - gt_a; t_a = \frac{v_0}{g} \sin \alpha$$

$$y_a = v_0 t_a \sin \alpha - \frac{gt_a^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} (\sin \alpha)^2$$

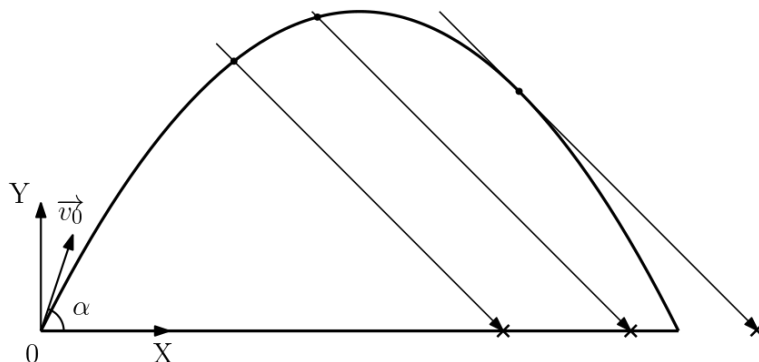
$$d_{\max} = \frac{y_a}{\sin \alpha} = \frac{v_0^2}{2g} \sin \alpha$$

2) Т.к. задача состоит в поиске максимального расстояния от точки броска до тени, рассмотрим только случай, когда лучи солнца падают под углом $-\alpha$ относительно системы координат XY . Предположим, что лучи солнца падают под более острым углом. Тогда тень

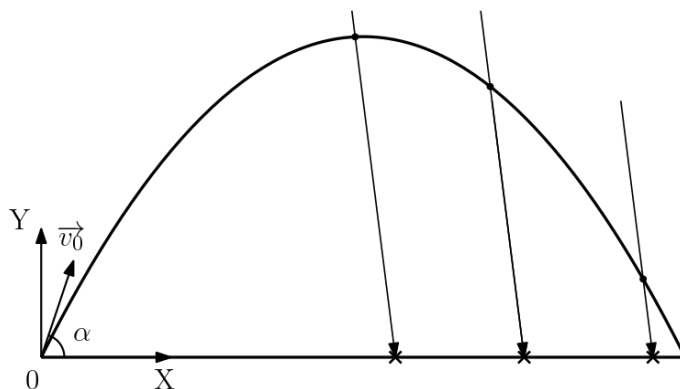
Всероссийская олимпиада школьников по физике 2021/22

Свердловская область, Муниципальный этап, 9 класс, вариант 901

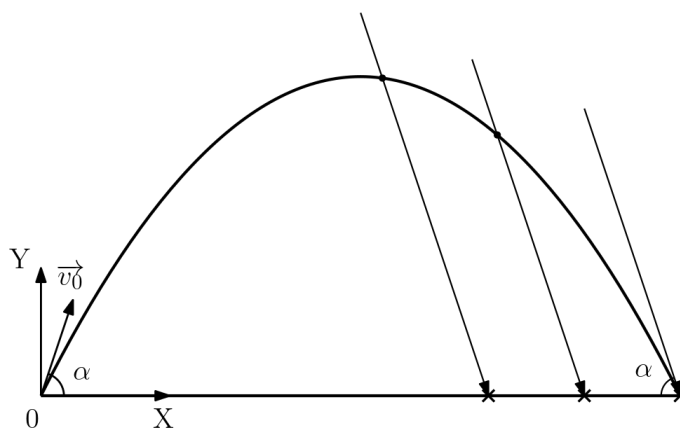
находится правее траектории камня и расстояние будет максимальным, когда луч падает, образуя касательную к траектории полета камня:



Предположим, что лучи солнца падают под более тупым углом. Тогда тень не выходит за пределы траектории камня и расстояние будет максимальным, в момент падения камня:



Т.к. угол падения луча солнца совпадает с углом броска камня, луч будет касательной к траектории только в момент падения камня. Таким образом, расстояние будет максимальным в точке падения камня.



$$t_{\text{п}} = 2t_{\alpha} = \frac{2v_0}{g} \sin \alpha$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2021/22

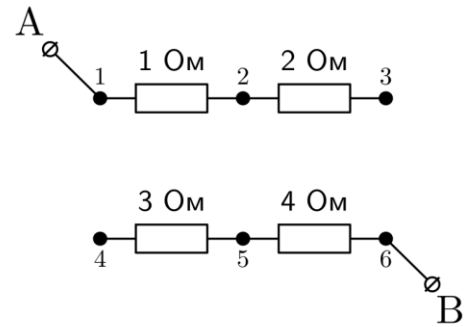
Свердловская область, Муниципальный этап, 9 класс, вариант 901

$$L = v_{x0} t_{\Pi} = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0}{g} \sin \alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

Ответ: 1) $d_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \sin \alpha$, 2) $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

Задача 5. Схема

Исследователь электрических схем Пётр разрабатывает резистор с изменяемым сопротивлением, для этого он взял показанную на рисунке схему. У Петра есть неограниченное число соединительных проводников с нулевым сопротивлением, которые можно подключать в любом порядке к контактам 1–6. Также у Петра есть омметр, которым он измеряет сопротивление между точками А и В.



- 1) Может ли Пётр собрать схему так, чтобы её сопротивление равнялось 5 Ом? Если да, то приведите схему соединения контактов.
- 2) Может ли Пётр собрать схему с ненулевым сопротивлением менее 1 Ом? Если да, то приведите схему соединения.
- 3) Какое наибольшее сопротивление схемы может получить Пётр? Учтите, ток всё-таки должен проходить от точки А к В, т.е. оставлять схему несоединённой нельзя. Приведите схему соединения.
- 4) Какое наименьшее ненулевое сопротивление схемы может получить Пётр? Приведите схему соединения.

Решение

1) Может, для этого Пётр должен соединить контакты 2 и 5. Тогда общее сопротивление схемы для последовательного соединения $R_{общ} = 1 \text{ Ом} + 4 \text{ Ом} = 5 \text{ Ом}$.

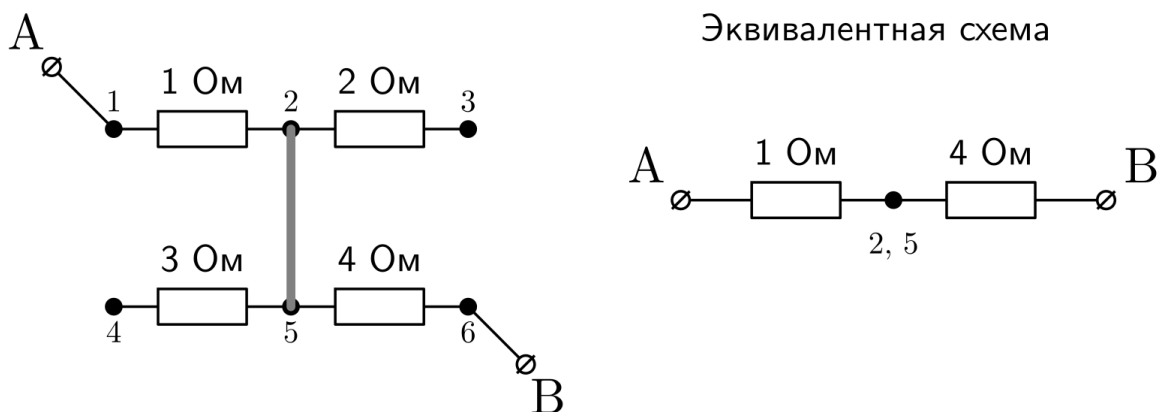


Схема 1

2) Такое соединение возможно. Для этого Пётр может присоединить резистор сопротивлением 1 Ом параллельно какому-либо из оставшихся резисторов, и соединить вывод В с точкой 2. Возможные схемы соединения приведены на рисунке. В таких случаях полное сопротивление схемы составит

$$R_1 = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2} \approx 0,67 \text{ Ом},$$

$$R_2 = \frac{1 \cdot 3}{1 + 3} = 0,75 \text{ Ом},$$

$$R_3 = \frac{1 \cdot 4}{1 + 4} \approx 0,8 \text{ Ом}.$$

Возможны и другие варианты соединений, при которых общее сопротивление схемы меньше 1 Ома.

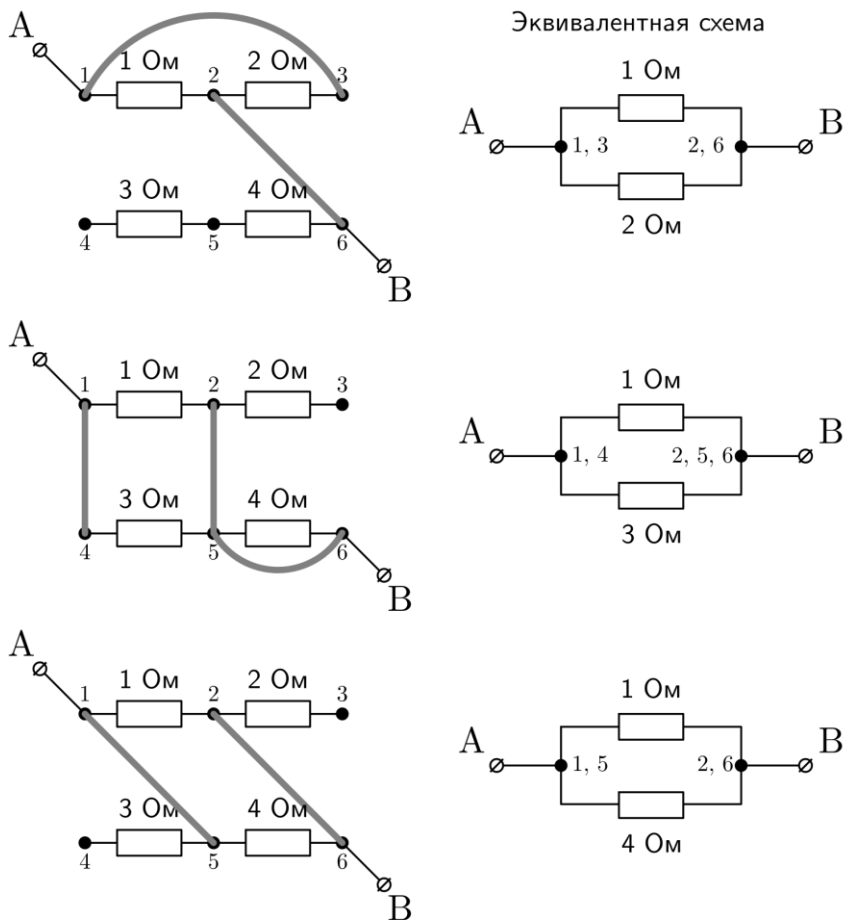


Схема 2

3) Чтобы получить максимальное возможное сопротивление, все резисторы нужно соединить последовательно. Схема соединения приведена ниже, полное сопротивление в этом случае $R_{\text{общ}} = 1 \text{ Ом} + 2 \text{ Ом} + 3 \text{ Ом} + 4 \text{ Ом} = 10 \text{ Ом}$.

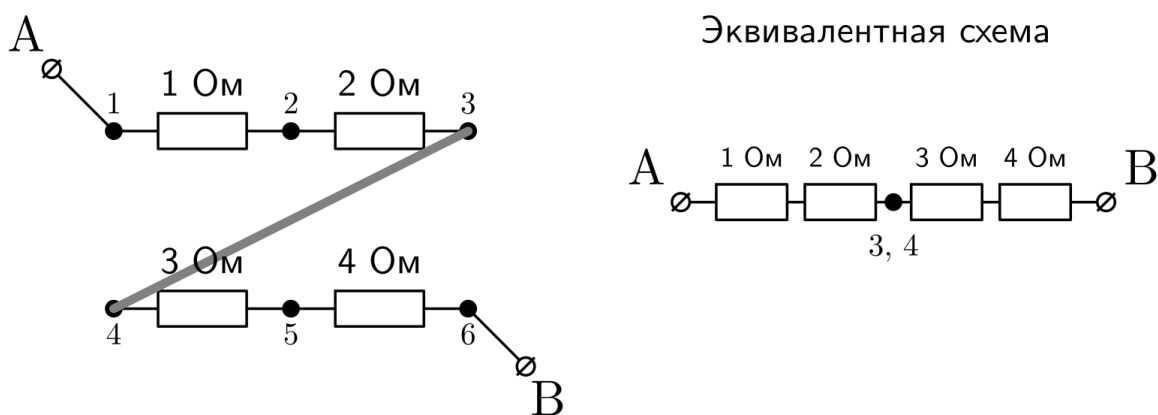


Схема 3

4) Наименьшее (но ненулевое) сопротивление схемы будет в том случае, если все резисторы будут подключены параллельно между точками А и В. Добиться такого можно, если соединить точки 1, 3 и 5, а также точки 2, 4, 6. Варианты таких соединений показаны на рисунке.

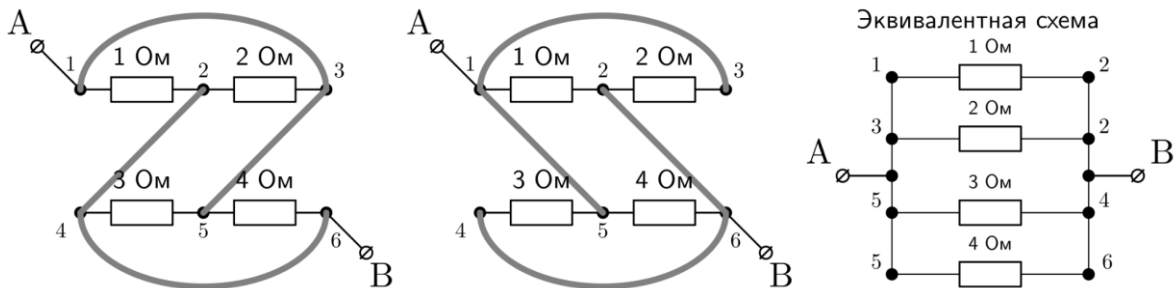


Схема 4

В этом случае полное сопротивление схемы

$$R_{\text{общ}} = \frac{1}{\frac{1}{1\text{ Ом}} + \frac{1}{2\text{ Ом}} + \frac{1}{3\text{ Ом}} + \frac{1}{4\text{ Ом}}} = \frac{12}{25} \text{ Ом} = 0,48 \text{ Ом}.$$

При составлении схемы нужно учитывать, к каким точкам цепи присоединены контакты А и В, т.е. возможны такие варианты параллельного соединения резисторов, когда А и В соединены с одной и той же точкой схемы. Пример такого соединения приведён на рисунке. В этом случае ток будет идти напрямую от А к В, общее сопротивление схемы будет равно нулю, что запрещено условием задачи. Такие варианты соединения не должны быть засчитаны.

Неправильное соединение:

