ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

11 класс

Решения

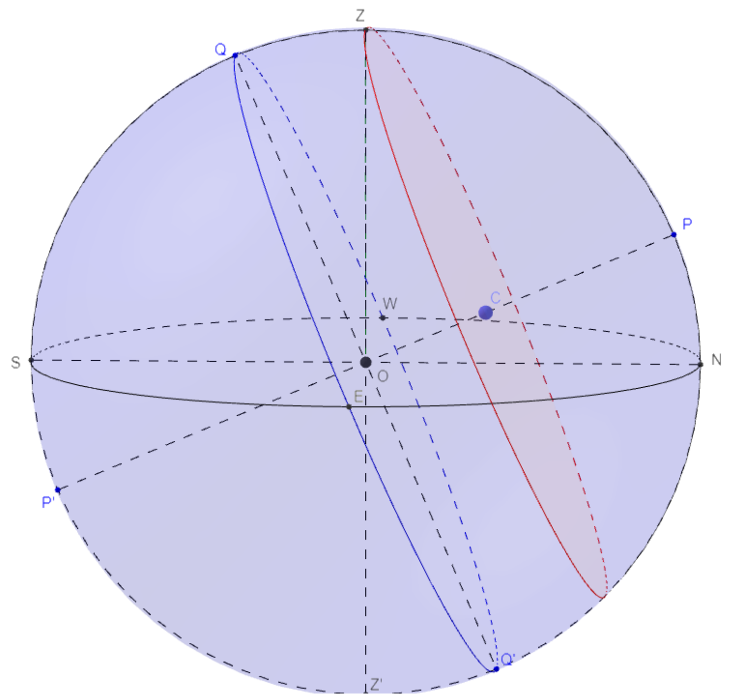
Задание 1 (8 баллов)

В какие даты Солнце может пересекать зенит или надир на тропике Рака? Решение сопроводите рисунком

Решение

1. Тропик Рака имеет широту равную 23° 26'. Этот же значение соответствует углу наклона плоскости экватора относительно плоскости эклиптики. Значение широты позволяет нам ориентировать горизонтальную систему координат с I-ой экваториальной

2. Построим рисунок

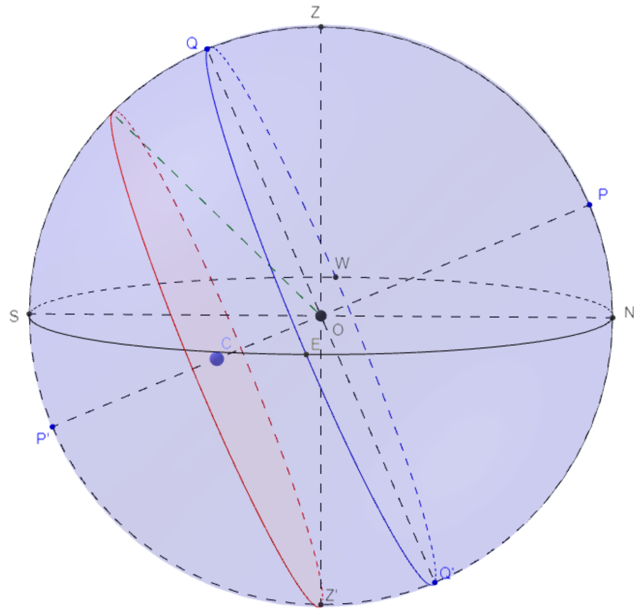


Мы предоставляем объемный рисунок, потому что кажется, что так нагляднее. Для решения задачи достаточно плоского рисунка.

Можно заметить, что, если Солнце проходит через зенит, его верхняя кульминация происходит в зените, и угол QOZ будет равен склонению Солнца в текущий день.

3. Но также можно увидеть, что угол QOZ совпадает с углом PON, а он по определению равен широте места наблюдения. В свою очередь, широта равна углу наклона плоскости экватора к плоскости эклиптики. Это означает, что Солнце находится выше всего над экватором из всех возможных положений – день летнего солнцестояния

4. Ситуация с надиром будет аналогичная



Только склонение Солнца будет со знаком “-” и соответствующий день – день зимнего солнцестояния

Задание 2 (8 баллов)

Геостационарные спутники обращаются вокруг Земли с периодом, равным периоду обращения Земли вокруг оси. Такая геостационарная орбита удобна тем, что фактически спутник всегда висит над одной и той же точкой планеты. Определите расстояние от центра Урана до соответствующей ему стационарной орбиты (она бы называлась “ураностационарной”, вероятно).

Решение

Решение

1. В предположении круговых орбит средняя линейная скорость аппарата будет равна $V = \frac{2\pi R}{T}$

2. С другой стороны, скорость обращения аппарата можно выразить следующим образом $V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$
3. Приравняем обе правых части и немного преобразуем
$\frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R}} => \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{GM}{R} => 4\pi^2 R^3 = GMT^2 => R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$
4. Возьмем данные для Урана и преобразуем их в систему СИ: Т = 62063 секунд, М = $8{,}72 \cdot 10^{25}$ кг
5. Получим ответ и выразим его в километрах R = 82804 километра

Задание 3 (8 баллов)

В 1985 году был разработан так называемый Дариский календарь, предназначенный для будущих колонизаторов Марса. Тропический год на Марсе равен 668,591 солов (солнечных суток на Марсе). Календарь устроен таким образом – в году 668 солов, в високосном году – на 1 сол больше. В цикле календаря – 10 лет, каждый нечетный год – високосный. Также год, чей номер без остатка делится на 10 – тоже високосный. Найдите среднюю продолжительность такого календаря, ошибку и за какой промежуток времени накопится ошибка в одни сутки.

Решение

1. Определим среднюю продолжительность календаря. 6 лет в цикле високосных, 4 – не високосных
$t = \frac{668*4+669*6}{10} = 668{,}6$ солов
2. Сравним с тропическим годом и найдем ошибку за год

$$\Delta t = 668{,}6 - 668{,}591 = 0{,}009 \text{ солов в год}$$

3. Найдем промежуток времени в годах, за который накопится ошибка в одним сутки

   $d = \frac{1}{\Delta t} = 111$ лет

   Такой календарь по точности сопоставим с Юлианским календарем

Задание 4 (8 баллов)

Какая температура T_1 должна быть на поверхности Солнца (текущая T_2 = 5500 К), чтобы его видимая звездная стала равна $m_1 = -31{,}7^m$ (текущая $m_2 = -26{,}7^m$)? Радиус Солнца считать неизменным.

Решение

1. Разница звездных величин – 5^m. Это не случайно, ведь $2{,}512^5 \approx 100$.
2. Применим формулу Погсона $\frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^5 = 100$. Поскольку расстояние до Солнца не изменится, то $\frac{E_1}{E_2} = \frac{L_1}{L_2} = 100$, где L – светимости
3. Светимость по закону Стефана-Больцмана расписывается следующим образом $L = 4\pi R^2 \sigma T^4 => \frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi R^2 \sigma {T_1}^4}{4\pi R^2 \sigma {T_2}^4} => \frac{L_1}{L_2} = \frac{{T_1}^4}{{T_2}^4}$, так как радиусы равны и константы сокращаются
4. Итак, $\frac{L_1}{L_2} = \frac{{T_1}^4}{{T_2}^4} = 100 => \frac{T_1}{T_2} = \sqrt[4]{100} = 3{,}16$. Таким образом, итоговая температура должна быть равна T = $3{,}16 * 5500 \approx 17400$ К

Задание 5 (8 баллов)

Как известно, ускорение свободного падения складывается из двух компонент – гравитационного ускорения и центростремительного ускорения. Исходя из этого факта, определите величину ускорения свободного падения на экваторе Юпитера.

Решение.

1. Найдем гравитационное ускорение

   $\mathrm{F} = ma = \frac{GMm}{r^2} => a = \frac{GM}{r^2}$

2. Подставим значения для Юпитера из справочных данных, переведем сразу в СИ и получим $a = \frac{6{,}67*10^{-11}*1{,}89*10^{27}}{(7{,}1492*10^7)^2} = 24{,}66\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

3. Найдем центростремительное ускорение

   $A = w^2 * r => A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 * r$, где T – период обращения планеты

   $A = \left(\frac{2\pi}{35730}\right)^2 * 7{,}1492 * 10^7 = 2{,}21\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

4. Так как дело происходит на экваторе, находим ускорение свободного падения простым сложением векторов

$$g = a - A = 24{,}66 - 2{,}21 = 22{,}45\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Задание 6 (8 баллов)

Абсолютная звездная величина объектов Солнечной системы (обычно обозначается H) определяется следующим образом:

- Тело должно находиться на расстоянии 1 а.е. от Солнца
- Тело должно находиться на расстоянии 1 а.е. от наблюдателя
- Наблюдаемая фаза должна быть полной (равной единице)

Фактически, это означает, что наблюдатель смотрит на объект, “сидя” в центре Солнца. Если взять два астероида, имеющих одинаковую отражающую способность и отличающихся только размерами (радиус одного в пять раз больше радиуса другого), то как будут отличаться их абсолютные величины?

Решение

1. Учитывая, что расстояние довольно большое, все астероиды можно считать точечными объектами, а отражающие поверхности моделировать в виде дисков. Тогда становится понятно, что при одинаковых альбедо освещенность, создаваемая астероидами, будет пропорциональна площади отражающего диска
2. В силу одинаковости расстояния, одинаковости потоков, упавших на поверхность объектов, площади дисков становятся единственным изменяемым параметром, влияющим на создаваемую освещенность, а значит на звездную величину
3. Тогда применим формулу Погсона $\frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^{m_2 - m_1} = \frac{S_1}{S_2}$

   Необходимо учесть, что сами площади дисков пропорциональны радиусу в квадрате, таким образом $\frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = 5^2 = 25$
4. Подставим $\frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^{m_2 - m_1} = \frac{S_1}{S_2} = 25 => 25 = 2{,}512^{\Delta m} => \log(25) = 0{,}4\Delta m => \Delta m = \frac{\log(25)}{0{,}4} = 3{,}5^m$